

TABLE DES NOMBRES DE STIRLING DE SECONDE ESPÈCE

D. S. Mitrinović et R. S. Mitrinović

(Reçu le 30 décembre 1966)

Introduction

1. Les nombres de Stirling de seconde espèce, qu'on désigne par

$$\sigma_n^r \quad (n, r \text{ nombres naturels}),$$

sont définis par la relation de récurrence

$$1) \quad \sigma_{n+1}^r = r \sigma_n^r + \sigma_n^{r-1},$$

avec

$$\sigma_1^0 = 0, \quad \sigma_1^1 = 1, \quad \sigma_n^r = 0 \quad (r > n).$$

On en tire

$$\sigma_n^n = 1, \quad \sigma_n^{n-1} = \binom{n}{2}.$$

Entre les nombres  $\sigma_n^r$  existe l'égalité suivante

$$2) \quad 2\sigma_n^1 + 3\sigma_n^2 + \dots + (n+1)\sigma_n^n = \sigma_{n+1}^1 + \sigma_{n+1}^2 + \dots + \sigma_{n+1}^{n+1}.$$

La théorie de ces nombres est donnée dans [1] et [2].

La table des nombres  $\sigma_n^r$ , la plus large à présent, a été publiée par H. Gupta [3] en 1950, à savoir pour  $r \leq n = 1(1)50$ . F. L. Miksa, en 1955, a aussi dressé une table de ces nombres, également pour  $r \leq n = 1(1)50$ ; elle n'est pas publiée, mais déposée comme manuscrit [4]. Il est intéressant d'observer que dans *Handbook of National Bureau of Standards of USA* [5] on indique pour la référence relative aux nombres de Stirling de seconde espèce le manuscrit de Miksa [4] et non la table publiée par Gupta, malgré que dans l'*Index of mathematical tables* de Fletcher, Miller, Rosenhead et Comrie [6] la table de Gupta soit indiquée à la page 107. Le contenu de la table de Gupta a été aussi donné dans *Mathematical Reviews* par Lehmer [7].

2. Dans cet article on donne une extension de la table de Gupta. R. S. Mitrinović, sous la direction de D. S. Mitrinović, a calculé les nombres  $\sigma_n^r$  pour  $r \leq n = 51(1)60$ . Cette table a été dressée de proche en proche par la formule (1) au moyen d'une machine de bureau à main. Des vérifications

de cette table ont été faites sur cinq cas particuliers convenablement choisis, au moyen de l'égalité (2). Ces vérifications ont été effectuées par l'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo à Roma. Que l'Istituto et son directeur A. Ghizzetti soient remerciés ici pour la bonne volonté et promptitude montrés dans l'accomplissement de ce travail.

**Addition.** Le manuscrit de cet article a été complètement préparé pour l'impression, quand nous avons trouvé dans le journal *Mathematics of Computation* pour 1967 le review [8] sur la nouvelle table des nombres  $\sigma_n^r$ , faite par A. M. Andrew [9]. Celle-ci est maintenant la plus large, car elle donne  $\sigma_n^r$  pour  $r \leq n = 1(1)95$ . Nous publions toutefois notre table, car celle due à Andrew n'est pas imprimée (c'est un *technical report*) et comporte des imperfections suivant la revue de Wrench: „... in editing of the computer output, the rather poor reproduction of the tabular material and the omission of a bibliography“ (voir la revue de J. W. Wrench, [8]).

La table d'Andrew est précédée d'une Introduction de H. von Foerster. Le reviewer Wrench observe avec raison que dans cette Introduction manquent les plus importantes références sur les nombres  $\sigma_n^r$ ; d'autre part, on peut observer que dans la revue de Wrench manque aussi la référence importante concernant la table de Gupta.

En faisant la comparaison de notre table avec celle d'Andrew, nous avons constaté un accord parfait.

Il serait désirable de voir imprimée la table des nombres  $\sigma_n^r$  pour  $r \leq n = 61(1)95$ .

## R É F É R E N C E S

- [1] CH. JORDAN, *Calculus of finite differences*, second edition, New York 1952.
- [2] J. RIORDAN, *An introduction to combinatorial analysis*, New York 1958.
- [3] H. GUPTA, *Tables of distributions*, Res. Bull. East Punjab Univ., 1950 № 2, 13—44.
- [4] F. L. MIKSA, *Table of Stirling numbers of the second kind*, deposited in the UMT file (cf. MTAC 9 (1955), 198, QMT 85).
- [5] M. ABRAMOWITZ and I. A. STEGUN (editors), *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables*, Nat. Bureau of Standards, Applied Math. Series, № 55, Washington 1964, p. 835.
- [6] A. FLETCHER, J. C. P. MILLER, L. ROSENHEAD, L. J. COMRIE, *An index of mathematical tables*, second edition, Oxford 1962, pp. 106—107.
- [7] D. H. LEHMER, *Mathematical Reviews* 12 (1951), 750.
- [8] J. W. WRENCH, *Mathematics of Computation* 21 (1967), 117—118.
- [9] A. M. ANDREW, *Table of the Stirling numbers of second kind*, with an Introduction by H. von Foerster, Tech. Rep. № 6, Electrical Engineering Research Lab., Engineering Station, Univ. of Illinois, Urbana Illinois, December 1965, 22 + 154 pp.

TABLE DES NOMBRES  $\sigma_n^r$

$n \setminus r$	1	2	3
51	1	1 12589 99068 42623	3589 48992 72002 63875 42501
52	1	2 25179 98136 85247	10768 46979 28597 90694 70126
53	1	4 50359 96273 70495	32305 40940 10973 70220 95625
54	1	9 00719 92547 40991	96916 22824 83281 06936 57370
55	1	18 01439 85094 81983	2 90748 68483 50563 13357 13101
56	1	36 02879 70189 63967	8 72246 05468 53129 25166 21286
57	1	72 05759 40379 27935	26 16738 16441 62267 45688 27825
58	1	144 11518 80758 55871	78 50214 49396 92561 77444 11410
59	1	288 23037 61517 11743	235 50643 48334 89204 13090 90101
60	1	576 46075 23034 23487	706 51930 45292 90650 00789 82046

$n \setminus r$	4
51	21127 47410 89044 95060 64429 03750
52	84509 93233 05172 52245 21591 57501
53	3 38039 83700 67669 37578 77061 00130
54	13 52159 67108 11617 61288 78464 96145
55	54 08639 65348 69295 28436 20796 41950
56	216 34561 52143 45664 64307 96542 80901
57	865 38254 80819 88127 10361 11337 44890
58	3461 53045 40017 68950 03711 91038 07385
59	13846 12260 10285 25197 07409 41596 40950
60	55384 49275 91784 49123 18841 79476 53901

$n \setminus r$	5
51	3700 53214 04966 24926 58050 26058 20630
52	18502 87197 72242 13677 85311 94720 06900
53	92515 20498 54443 73561 78804 95191 92001
54	4 62579 40532 55919 35478 31603 53020 60135
55	23 12910 54822 46704 89009 19306 43567 96820
56	115 64606 82751 98873 14341 24968 38636 26050
57	578 23250 48321 46509 17370 89149 89724 11151
58	2891 17117 79862 13365 74981 56110 59958 00645
59	14455 89050 52356 06846 43857 84264 90828 10610
60	72279 59098 74040 44517 44486 28733 95736 94000

$n \setminus r$	6									
51	67	31976	67442	84401	77744	94061	44164	87747		
52	403	95560	57871	11376	91396	22418	91047	47112		
53	2423	91866	34424	40503	62055	19825	41004	89572		
54	14544	43713	27044	97465	45892	97757	41221	29433		
55	87271	24859	02802	40712	10836	18148	00348	36733		
56	5	23650	62064	71636	90977	54026	28194	45658	17218	
57	31	42019	36995	12573	44738	38498	94135	12585	29358	
58	188	52694	45221	23762	14939	48364	53960	65235	87299	
59	1131	19057	88445	22435	03002	65168	79874	51373	24439	
60	6787	28803	19721	86966	24862	34870	63511	99067	57244	

  

$n \setminus r$	7									
51	24911	34287	81236	12655	66910	04432	96766	20647		
52	1	74446	71991	36095	72991	46115	25092	21528	32276	
53	12	21530	99500	10541	22317	14202	98064	41745	73044	
54	85	53140	88367	08212	96723	61476	06276	33225	00880	
55	598	86530	62282	84535	74530	76225	41691	73796	35593	
56	4192	92985	60838	94552	62427	44414	09990	16922	85884	
57	29355	74549	87937	33505	27969	64924	98125	64118	18406	
58	2	05521	63868	52556	47110	40525	92973	81014	61412	58200
59	14	38839	99774	13116	53534	98620	99181	21062	95123	94699
60	100	73011	17476	80260	97179	93349	59437	27315	17240	87332

  

$n \setminus r$	8									
51	28	06895	65120	17354	26354	58597	24332	40649	09080	
52	224	80076	55249	20070	23492	35687	99092	21958	93287	
53	1800	15059	13984	96657	60930	31619	17829	97199	78572	
54	14413	42004	11379	83802	09759	67156	40704	19344	01620	
55	1	15392	89173	79405	78629	74800	98727	31909	87977	13840
56	9	23741	99920	97529	13573	72938	66043	96970	77613	46313
57	73	94128	92353	41072	03142	45936	72765	85756	37830	56388
58	591	82387	13377	16513	58644	95463	47051	84176	66762	69510
59	4736	64618	70885	84665	16270	04233	69388	54427	95514	14280
60	37907	55789	66860	90437	83695	32490	54289	56486	59237	08939

  

$n \setminus r$	9									
51	1250	02443	19296	21576	01884	96498	83223	84530	24605	
52	11278	28884	38786	11538	43319	27086	73347	01421	30525	
53	1	01729	40036	04324	23916	13365	79468	59215	34750	68012
54	9	17364	75383	52903	11902	81222	46836	50768	09955	90680
55	82	70696	20455	87507	90927	40761	88684	97617	08947	17740

$n \setminus r$	9											
56	745	51658	73276	66976	96976	41657	96892	10463	68501	73500		
57	6718	88670	59411	00321	86361	47860	38072	91143	94129	07813		
58	60543	92164	27052	43968	80395	76680	15422	06051	84992	26705		
59	5	45487	11865	56849	12232	82206	85584	85850	38643	31693	09855	
60	49	14120	71408	82527	94760	56131	74497	42042	02217	80752	02975	
$n \setminus r$	10											
51	26293	21876	68424	76910	47296	81055	48066	83269	50305			
52	2	64182	21210	03543	90680	74853	07053	63892	17225	27655		
53	26	53100	40984	74225	18345	91849	97623	12268	73674	07075		
54	266	32733	49883	46576	07375	31865	55699	81902	71491	38762		
55	2672	44699	74218	18663	85655	99878	03834	69795	24869	78300		
56	26807	17693	62637	74146	47487	39542	27031	95569	57645	00740		
57	2	68817	28594	99654	08441	71850	37080	67211	66159	44951	80900	
58	26	94891	74620	55951	84739	04865	18667	10189	52738	43647	16813	
59	270	09461	38369	86570	91359	29047	63351	17317	33436	21463	94835	
60	2706	40100	95564	22558	25825	72683	19096	59023	73005	46332	58205	
$n \setminus r$	11											
51	2	96574	80115	06100	68645	49408	24912	82307	53338	69591		
52	32	88616	03142	35532	32010	90787	55096	53449	69995	15806		
53	364	38958	55775	94399	42800	73516	13115	51838	87172	01521		
54	4034	81644	54520	12618	89154	00527	41893	82496	32566	23806		
55	44649	30823	49604	85383	88069	37667	16531	89362	29720	00628		
56	4	93814	83758	19871	57886	54419	14216	85685	52780	51789	85208	
57	54	58770	39033	81225	10898	46097	95927	69572	76155	27333	38028	
58	603	15291	57966	93130	28324	78927	92285	32512	03867	45618	99208	
59	6661	63099	12256	80384	96311	73072	33805	67821	95280	45456	08101	
60	73548	03551	73194	70805	50788	32843	35213	63358	81521	21480	83946	
$n \setminus r$	12											
51	19	69920	70933	25378	96850	37562	26844	06780	83456	31700		
52	239	35623	31314	10648	30850	00155	47041	63677	54814	49991		
53	2905	16095	78911	63312	02210	92653	19596	17580	27769	15698		
54	35226	32108	02715	54143	69331	85354	48269	62802	20401	89897		
55	4	26750	66940	87106	62343	21136	24781	21129	36122	77389	02570	
56	51	65657	34113	94884	33502	41704	35041	70084	22835	58388	31468	
57	624	81702	93125	58483	59915	54871	34717	26696	26807	52449	62824	
58	7552	39205	56540	83028	29885	04554	12534	89927	97845	56728	91916	
59	91231	85758	36456	89469	86945	33577	42704	11647	78014	26366	02200	
60	11	01443	92199	49739	54023	39655	76001	46255	07595	31451	61848	34501

$n \setminus r$	13											
51	82	72504	75365	21482	32856	15850	78564	01636	70020	33400		
52	1095	12482	50681	04649	23980	43622	48176	28057	93720	65900		
53	14475	97895	90167	71088	42595	67247	73333	28430	73183	06691		
54	1	91092	88742	51091	87461	55954	66873	72928	87179	79149	02681	
55	25	19433	85760	66909	91143	96742	54712	96344	96139	49339	24750	
56	331	79390	81829	56935	47214	78789	36049	73613	85936	18799	24320	
57	4364	97737	97898	35045	47294	65966	03688	27064	40006	02778	47628	
58	57369	52296	65804	14074	74746	12429	82664	78533	46885	88569	81988	
59	7	53356	19062	11994	66000	01584	66141	87177	10863	07362	08136	57760
60	98	84862	33565	92387	47470	07545	93421	76006	52867	73721	32141	53080

$n \setminus r$	14											
51	232	09823	10572	06706	07724	73836	27326	42530	01081	61250		
52	3332	10028	23374	15367	41002	49558	61133	97056	85162	90900		
53	47744	52877	77919	19792	98015	37443	04051	86853	86001	38500		
54	6	82899	38184	81036	48190	14810	91450	30059	44384	77202	45691	
55	97	51684	23329	85602	62123	63307	47177	93761	08566	59983	42355	
56	1390	43013	12378	65346	60874	83047	15204	09000	16071	89107	17720	
57	19797	81574	55130	71787	99462	41449	48906	99616	10942	66299	72400	
58	2	81534	39781	69728	40077	39768	46258	88386	21689	93203	30974	61228
59	39	98851	09240	42001	75158	31504	60054	20071	82192	51732	22214	39180
60	567	37271	48428	00019	18216	42649	06900	68182	61558	31613	19138	06280

$n \setminus r$	15											
51	454	52966	42995	43580	72303	31211	84933	34603	15229	90930		
52	7050	04319	55503	60416	92274	42014	01326	61577	29530	25200		
53	1	09082	74821	55928	21621	25118	79768	81033	20716	28116	68900	
54	16	83985	75201	16842	44111	74797	33975	19549	97598	07751	72000	
55	259	42685	66202	33673	09866	36771	01078	23309	08355	93478	25691	
56	3988	91969	16364	90699	10119	14872	63351	43397	33905	62157	27720	
57	61224	22550	57852	25833	12662	06136	65475	59960	24656	21466	33520	
58	9	38161	19833	22914	59284	89393	33499	31040	99019	80785	88294	75200
59	143	53952	37280	13447	29350	80668	48748	54001	06987	04991	55395	89228
60	2193	08136	68442	43711	15420	41531	91282	30087	86998	26605	53152	77600

$n \setminus r$	16										
51	643	63966	28498	93856	27135	87810	29703	65932	25051	15040	
52	10752	76426	98978	45281	06477	36176	60191	89519	16048	31570	
53	1	79094	27151	39158	84913	95912	20839	64396	93883	86303	30320
54	29	74591	09243	82469	80244	59714	13203	11384	22858	08969	54020
55	492	77443	23102	36359	28025	30223	45225	01697	63327	51264	36320

$n \setminus r$	16											
56	8143	81777	35840	15421	58271	20346	24678	50471	21596	13708	06811	
57	1	34290	00406	89807	37444	42458	40412	58207	50936	79443	81486	36696
58	22	09864	29060	94770	24943	91996	52737	96795	74948	95757	25248	20656
59	362	95989	84808	39238	58387	61337	77306	79772	98203	12901	92266	05696
60	5950	89789	94214	41264	63552	62072	85657	30368	78237	11422	31652	80364
$n \setminus r$	17											
51	678	36993	58227	10960	50665	61819	05161	71316	19878	74705		
52	12175	92857	18359	80184	88451	38734	17452	78307	62989	85025		
53	2	17743	54999	11095	08424	10150	94657	56889	20748	86875	76995	
54	38	80734	62136	27775	28123	68478	30018	31513	46614	63191	39235	
55	689	47079	65560	54649	58347	23845	23514	47113	15306	83223	21015	
56	12213	77797	37631	65402	19928	35592	44971	02621	23543	66058	93575	
57	2	15778	04332	75578	27258	97053	25417	89185	95032	21838	36709	97586
58	38	02516	74063	74638	00846	92363	72516	74368	66484	50696	05555	95658
59	668	52648	88144	63616	39341	62179	85522	61063	05185	57590	19699	46842
60	11727	91020	83267	20717	27195	18395	31191	17844	86357	91935	27157	02010
$n \setminus r$	18											
51	545	05323	24344	83081	35907	06620	57657	40752	72431	70015		
52	10489	32811	96434	06424	96992	80989	42995	04865	23649	34975		
53	2	00983	83472	54172	95834	34321	96543	91363	65881	88678	14575	
54	38	35452	57504	86208	33442	27946	32448	01435	06622	83082	39345	
55	729	18880	97223	79525	30084	71512	14082	57344	65825	58674	47445	
56	13814	86937	15588	86104	99872	11063	77000	79317	00167	39363	75025	
57	2	60881	42666	18231	15292	17626	34740	30985	30327	26556	74606	44025
58	49	11643	72324	03739	02518	14327	50743	46921	40922	99859	79625	90036
59	922	12103	75896	41940	46173	50258	85899	18954	03098	48172	38822	16306
60	17266	70516	54280	18544	70464	66839	31708	02235	60958	24693	18498	40350
$n \setminus r$	19											
51	340	62521	22000	69866	83963	56189	32619	84868	74023	79165		
52	7016	93226	42358	10551	31214	74217	77434	53258	78883	74150		
53	1	43811	04114	01238	06899	90072	91127	14251	16782	22440	43825	
54	29	33393	61638	77696	26932	45707	27959	62135	84744	15046	47250	
55	595	69931	28641	62437	45158	96384	63680	82016	16761	68965	37095	
56	12047	47575	41414	65836	88105	02820	24018	15651	84297	69016	52250	
57	2	42716	90870	02467	37005	73867	64648	33345	76702	01823	50677	67775
58	48	72502	69196	65111	18401	21111	63058	64554	87665	61203	37482	31750
59	974	89194	87060	40851	52141	15448	48857	73464	06569	62723	91789	93286
60	19445	06806	30044	18119	36855	43780	14196	14771	27921	39926	82830	88740

$n \setminus r$	20											
51		168	40242	57891	44812	36160	17901	02886	49295	91922	03000	
52		3708	67372	79829	66114	07167	14209	90349	70787	12464	39165	
53		81190	40682	38951	32832	74557	58415	84428	69001	28171	57450	
54	17	67619	17761	80264	63554	81224	59444	02824	96807	85871	92825	
55	382	85777	16874	82988	98028	70199	16840	18635	20901	32485	03750	
56	8252	85474	66138	22217	05733	00368	00484	54720	34788	18666	12095	
57	1	77104	57068	64179	10178	02765	10180	33709	10058	80061	42338	94150
58	37	84808	32242	86049	40566	29169	68255	07527	77878	03051	97456	50775
59	805	68669	14053	86099	29727	04505	28160	15110	45226	22242	86612	47250
60	17088	62577	68137	62837	46682	05554	12060	75673	11094	07581	24039	38286
$n \setminus r$	21											
51		66	82327	72066	94616	04327	14814	41493	35115	86259	46280	
52		1571	69124	71297	31749	27030	29003	74246	86729	03370	74880	
53		36714	18991	77073	32848	74803	23288	49533	92096	83250	11645	
54	8	52188	39509	57491	22656	45425	47474	24641	03034	76424	01995	
55	196	63575	47462	87580	39340	35159	56403	20286	60537	90776	34720	
56	4512	20862	13595	22177	24176	08550	01307	44653	92197	38788	32870	
57	1	03009	23579	51637	87939	13430	79918	27940	92452	70933	33221	02365
58	23	40298	52238	48574	56899	84811	88464	20468	51565	69661	39980	43815
59	529	31077	29251	06115	35463	10219	26003	37366	60757	65941	37045	70890
60	11921	21292	28326	14521	74452	19109	74230	99809	21137	07011	64572	35940
$n \setminus r$	22											
51		21	54713	64562	65352	10297	36430	40855	51480	47085	03740	
52		540	86027	92445	32362	30869	16283	40314	67686	22130	28560	
53		13470	61739	05094	43720	06151	87238	61169	75825	90237	03200	
54	3	33067	77250	89150	94690	10144	42537	95268	60266	68464	82045	
55	81	79679	39029	18812	05838	68602	83309	20550	28901	82650	06985	
56	1996	16522	06105	01445	67791	44421	89205	72392	96378	09077	88390	
57	48427	84347	47905	53982	15587	85831	63833	37299	12515	38501	77450	
58	11	68421	79224	05559	75546	56363	68214	32275	13033	46271	80260	06265
59	280	45577	95167	70889	18924	24812	89179	30521	38301	87641	05701	81645
60	6699	33792	22940	65677	51796	56102	87948	08837	03398	94044	62485	67080
$n \setminus r$	23											
51		5	70634	92485	26146	17174	06222	86938	09663	56189	93580	
52		152	79316	91723	66714	05300	79556	40431	73742	39453	56080	
53		4055	10317	02089	66785	52787	46080	70244	63761	29562	18400	
54	1	06737	99030	53156	79787	20263	47094	76796	42335	70167	26400	
55	27	88041	54953	11757	29795	76204	25717	61586	33987	82311	89245	



$n \setminus r$ 

23

56	723	04635	02950	89229	91141	21300	74814	37036	10621	75823	59620	
57	18626	23127	73975	53733	64039	34339	09936	24223	40678	53020	59650	
58	4	76831	16285	49342	89855	88492	75630	92366	94437	48121	57975	49400
59	121	35538	53790	40446	42231	91697	07725	56714	85095	53068	13696	42465
60	3071	62964	32347	01156	90258	33845	66867	34962	95499	08208	20719	58340

 $n \setminus r$ 

24

51	1	25263	83453	55896	84720	09663	99558	01995	10665	00000		
52	35	76966	95370	67670	50456	38158	76330	57546	12149	93580		
53	1011	26523	80619	90806	16253	95366	72365	54849	31052	02000		
54	28325	46888	36967	46133	42882	34882	07017	80144	74810	66400		
55	7	86549	24351	40375	86989	49439	84264	45223	65809	65623	20000	
56	216	65223	39386	80778	17543	62760	48064	46954	13419	57268	69245	
57	5922	69996	48234	27906	12188	27552	28361	63935	32691	50272	21500	
58	1	60771	03043	31598	23480	56557	95593	90615	58671	25274	59553	75650
59	43	35335	89325	07700	53389	45883	69884	67141	02547	54711	87265	65000
60	1161	83599	97592	25259	23578	92905	84957	68099	46236	66153	08072	02465

 $n \setminus r$ 

25

51	22974	27976	32077	89691	80472	26848	37292	18102	43900			
52	6	99620	82861	57844	27015	21470	70767	34299	63225	97500		
53	210	67487	66910	13777	25836	74926	45514	15036	92799	31080		
54	6278	13715	53373	35237	62172	68528	10219	30772	51034	79000		
55	1	85278	89776	71301	27073	97199	48084	62500	49457	50680	41400	
56	54	18521	68769	22907	63838	79426	86380	07736	02247	32633	55000	
57	1571	28265	58617	53469	13513	48432	07566	40354	69602	73107	44245	
58	45204	76636	13672	64634	50025	38354	17521	72802	72759	77958	27625	
59	12	90890	18946	73414	39343	07192	54448	28658	78739	44269	08510	66275
60	366	07590	62993	43060	36966	25697	31091	83610	71033	61439	00032	21875

 $n \setminus r$ 

26

51	3544	77317	94812	69292	62981	55244	29171	23984	46012			
52	1	15138	38242	97207	91300	17992	63199	95744	41698	40212		
53	36	93218	77178	85250	00819	89279	13966	23654	47384	43012		
54	1170	91175	73560	30277	47153	96184	08636	30053	24794	49392		
55	36721	84284	65941	22451	88175	69314	34763	12156	95691	63192		
56	11	40046	81177	85773	10822	89767	50257	66341	65538	38662	84392	
57	350	59738	79393	53008	45234	13381	93079	32619	06245	37867	49192	
58	10686	81474	22849	31688	89600	96362	27628	88450	31982	57662	23237	
59	3	23061	94966	07754	88545	79650	43773	35872	72511	04306	77176	31787
60	96	90500	88064	75041	41533	78103	92555	61349	64026	56245	15094	92737

$n \setminus r$	27									
51		462	84485	40474	49975	86237	13827	13433	75496	42372
52		16041	58423	87624	18640	91384	28576	91882	62387	90056
53		5	48261	15687	63060	94604	85368	34776	76575	26171
54		184	96270	00744	87895	55150	94224	52938	91186	54020
55		6164	90465	93672	03457	36229	40246	37986	92089	83355
56	2	03174	26864	95086	15800	66369	55966	60409	98582	46302
57	66	25752	06531	53099	37440	81745	61355	97411	27264	88842
58	2139	55044	55744	86691	56136	20513	49690	62723	42397	36622
59	68454	67677	27960	72361	05278	50226	69275	81982	76711	46462
60	21	71338	22252	62694	42294	22169	99894	06319	86045	75516

$n \setminus r$	28									
51		51	40281	57881	59131	41949	88060	68089	02090	82480
52		1902	12369	61159	05655	60833	79526	19926	34039	51812
53		69301	04773	00077	76997	94730	55310	49820	15494	40792
54	24	88690	49331	65238	50547	37823	83470	71539	60015	13900
55	881	79603	82031	14573	70477	53291	90118	94295	34444	68760
56	30855	19372	90544	11521	09600	32419	61317	32359	47807	22792
57	10	67119	69306	30321	38391	35178	63715	77295	04647	84905
58	365	05103	47108	02098	12398	66747	45397	61672	57404	66192
59	12360	97941	74769	45439	03298	89442	20823	89555	49727	50007
60	4	14562	10046	21505	44653	97647	54608	52344	89536	65092

$n \setminus r$	29									
51		4	87659	08574	27006	59149	20405	03051	31110	87680
52		192	82395	06535	42322	57276	79806	56577	04306	25200
53		7494	01826	50686	33010	21860	93916	60660	58920	82612
54	2	86627	57741	69981	34294	28697	78892	08977	24198	36540
55	108	00890	23840	94697	45081	70059	71341	31879	61767	73560
56	4014	05420	73418	60799	77846	85023	59017	18804	25709	02000
57	1	47262	76574	19683	74714	67158	98103	72815	77682	93368
58	53	37739	89958	01150	05116	82789	08723	88952	57452	92600
59	1912	99560	55890	35449	60786	67630	98350	41297	23539	51614
60	67837	85197	95589	73477	66112	50740	74145	87175	32373	86834

$n \setminus r$	30								
51		39663	75002	68381	94440	45516	48979	70022	40280
52		16	77571	58654	78464	92362	85899	72442	31782
53		696	09542	66178	96270	28162	56798	29846	57795
54		28376	88106	36055	21118	66737	97865	56057	92773
55	11	37934	00932	51637	67854	30837	14858	90715	07391

$n \setminus r$	30											
56	449	38910	51816	43827	80710	95174	17108	53331	83514	20560		
57	17495	72736	27911	75633	99175	40248	72273	18759	31135	18800		
58	6	72134	58662	57036	43734	42421	05565	41011	40462	27424	44792	
59	255	01777	49835	12243	17149	55420	75686	19294	71321	15334	20920	
60	9563	52885	50944	02744	75273	30253	68976	20138	63174	11640	99440	
$n \setminus r$	31											
51		2773	99768	81973	10201	38954	49658	76402	01112			
52		1	25657	67836	09548	10683	53105	88401	38484	74752		
53		55	72959	61573	74456	23552	32182	12885	24810	13392		
54		2423	71290	74965	04413	58284	54444	29289	26909	22752		
55		1	03511	98119	59971	57939	73558	85638	64025	26959	15924	
56		43	46805	42640	10756	63986	11161	69656	75498	43125	48544	
57		1796	89878	73659	77283	64280	41186	76467	93783	20404	25424	
58		73199	58977	11364	71426	91868	17038	42779	26038	63667	06944	
59		29	41321	86953	09342	57968	90334	33756	67168	47660	01103	60056
60		1166	82755	45381	01863	14185	55785	22143	01517	48781	49545	82656
$n \setminus r$	32											
51		167	21317	91878	72969	11697	64455	76773	63200			
52		8124	81942	22052	45213	13279	12243	33158	23512			
53		3	85651	89987	16506	57503	78037	80187	99548	27136		
54		179	13820	41163	02666	63673	29391	78501	10354	81744		
55		8156	13543	92181	89745	95829	94581	54124	58263	38560		
56		3	64508	31525	09752	29810	40117	25047	96011	91387	49844	
57		160	11071	51443	24110	17918	94913	71191	47879	67525	43552	
58		6920	44167	19843	48869	37686	78025	54595	25932	81218	19088	
59		2	94653	72327	46356	33326	97845	26655	85827	55888	62649	17760
60		123	70241	01431	52745	24432	21382	86745	41650	36096	05877	28376
$n \setminus r$	33											
51		8	70246	37486	47919	89359	85791	72610	56150			
52		454	39448	28932	54325	60572	95582	72922	16150			
53		23119	83735	76866	37958	12186	66473	39589	56462			
54		11	48606	53267	53097	10121	80197	73810	06003	90382		
55		558	17835	98991	54870	97692	75917	14633	08483	64350		
56		26576	02131	58903	00488	19691	00247	37016	38223	62110		
57		12	41517	01867	53591	45920	89920	33211	17552	52766	99474	
58		569	81133	13071	92628	33308	62284	67160	27113	08836	26194	
59		25724	21560	51217	05544	36871	33819	70884	20664	72814	83490	
60		11	43552	83824	36519	16291	14599	42706	29006	37824	65538	72930

$n \setminus r$	34							
51		39148	58754	33583	50697	07882	35224	33750
52		22	01298	35133	89759	13060	53791	70238
53		1202	83592	23485	06136	04631	24500	61015
54		64016	25871	75358	46583	69648	99494	14113
55		33	25159	32907	15284	93967	48263	56610
56		1688	73253	17834	74558	92587	16878	39402
57		83992	92739	65284	35491	67654	74112	76693
58	40	97276	55015	73259	52637	90181	53045	25139
59	1962	88535	83606	83452	22997	28456	70698	81866
60	92462	31778	93849	42920	18779	01347	74644	04123

$n \setminus r$	35							
51		1523	07718	75748	25880	03494	32488	26210
52		92456	23910	84772	56498	30183	72313	51100
53		54	37258	47013	56798	90501	10222	01210
54		3105	87988	68959	94097	72169	82271	03397
55		1	72722	05475	88956	40003	95592	78980
56		93	70431	24563	28758	94105	94011	20922
57		4968	38346	77549	81121	86295	07270	71686
58	2	57886	34876	79527	74756	87982	23587	85737
59	131	23298	75703	56730	69128	69561	53620	25942
60	6556	03992	33231	69026	42501	63110	47407	89844

$n \setminus r$	36							
51		51	24042	10970	61792	42524	22160	82370
52		3367	73234	70690	50407	34366	30277	91530
53		2	13694	65360	29630	71162	67370	62318
54		131	30275	99984	23504	52357	35564	44675
55		7832	77924	68392	40260	57034	62591	11717
56		4	54702	10764	51082	89384	48839	32260
57		257	39707	12085	67743	11947	52226	82302
58		14234	67803	12634	19874	16405	87436	34564
59		7	70334	75789	34358	90226	78593	76296
60		408	55350	04119	93651	17292	98937	00287

$n \setminus r$	37							
51		1	48951	44576	81879	92502	89891	64090
52		106	35245	60312	91349	65131	48151	53700
53		7302	77322	02268	30344	44231	11884	78430
54		4	83897	26275	13557	93907	03922	02055
55		310	34474	72164	25148	26917	80679	20728

$n \setminus r$	37									
56	19315	53489	38469	70746	52993	47721	78665	88700		
57	11	69376	89871	74462	07006	09597	97966	65492	57842	
58	690	06652	37340	22839	71173	07352	07068	39942	24326	
59	39767	13940	94222	64943	49809	59462	96095	75294	82764	
60	22	41718	91604	20596	93136	21548	76425	85619	14691	15440

$n \setminus r$	38									
51	3735	48851	88096	18634	95439	77345				
52	2	90900	00948	29535	00631	16603	03200			
53	216	89445	96348	13679	89115	79066	75300			
54	15544	76268	63497	50180	30631	16421	39830			
55	10	74598	24483	26463	00758	67906	26068	61630		
56	718	69208	02528	30742	55747	61117	11335	75900		
57	46625	83394	34545	38963	71402	70172	09424	72900		
58	29	41158	58856	87186	87627	22900	64506	23632	28042	
59	1807	70678	73901	35941	01007	77576	58305	37968	89922	
60	1	08459	99733	02474	30701	88105	07373	11700	18112	99800

$n \setminus r$	39								
51	80	62687	57485	53565	40202	77245			
52	6879	93667	30032	07685	63347	89900			
53	5	59217	53973	00786	00370	87171	09300		
54	434	98930	01295	44334	03579	78739	38000		
55	32509	34539	14019	79207	70242	87257	21830		
56	23	42462	71509	73234	89859	07378	29100	13000	
57	1632	25253	91407	86903	60251	48870	46240	82900	
58	1	10283	68296	99452	28204	21210	76120	12817	06000
59	72	42222	22439	65825	87591	50120	33191	23497	62042
60	4632	17345	49048	03150	17076	32269	52763	54376	09560

$n \setminus r$	40								
51	1	49268	97705	20191	40349	53000			
52	140	33446	65693	61221	54183	97245			
53	12493	31533	57776	56547	30706	79700			
54	10	58950	15316	11848	62263	15442	97300		
55	858	56936	13940	18278	94105	96458	30000		
56	66852	11984	71627	10365	34481	45589	21830		
57	50	16547	50898	38319	04472	86636	52668	86200	
58	3638	87154	27343	19665	39166	14331	52995	30900	
59	2	55838	54467	93180	14819	87856	49381	32629	42000
60	174	75764	01156	93031	80386	64380	08444	28674	42042

$n \setminus r$	41					
51		2359	53478	50324	59958	94395
52		2	46009	90323	83499	98666
53		241	19852	68970	84720	99499
54		22382	45493	85581	30108	10185
55		19	76630	80564	20681	96695
56		1668	98799	17072	66239	58614
57		1	35280	62750	71606	26188
58		105	63053	23677	74175	78196
59		7969	72336	98130	60872	45215
60		5	82597	20284	16535	10590

$n \setminus r$	42					
51		31	65335	77329	80339	16735
52		3688	97580	98176	34203	97265
53		4	00946	88725	06906	35233
54		409	59621	95423	74787	79288
55		39585	49615	93378	71195	40322
56		36	39221	64433	42587	86902
57		3197	46108	23276	54930	08509
58		2	69573	99296	49221	33251
59		218	85160	94130	41471	74778
60		17161	49096	51608	02685	85901

$n \setminus r$	43					
51		35752	07655	51950	83545	
52		47	02675	06517	14225	09170
53		5711	12608	78413	45882	91575
54		6	46525	30902	78685	08198
55		687	60210	24243	58246	31822
56		69152	38656	35852	75787	08702
57		66	12774	26656	84256	45747
58		6040	95401	69520	77957	75631
59		5	29335	01569	38614	85435
60		446	46566	61614	01910	48503

$n \setminus r$	44					
51		336	46479	96661	87500	
52		50556	52774	05073	33545	
53		69	27162	28575	37451	85150
54		8759	07749	35729	93764	38175
55		10	31924	71874	50802	33831



$n \setminus r$	51	$n \setminus r$	52
51	1	52	1
52	1326	53	1378
53	9 01901	54	9 73557
54	4193 48826	55	4699 73790
55	14 98800 98511	56	17 43187 35591
56	4390 34457 72186	57	5296 80200 22918
57	10 97438 77080 80511	58	13 72872 47492 72247
58	2406 81177 01613 41686	59	3120 70545 71234 98530
59	4 72567 30010 26641 82416	60	6 34843 98387 30861 05976
60	843 55786 96331 59976 31216		

$n \setminus r$	53	$n \setminus r$	54	$n \setminus r$	55
53	1	54	1	55	1
54	1431	55	1485	56	1540
55	10 49400	56	11 29590	57	12 14290
56	5255 91990	57	5865 89850	58	6533 75800
57	20 21751 11061	58	23 38509 62961	59	26 97866 31961
58	6368 33009 09151	59	7631 12529 09045	60	9114 95176 66900
59	17 10393 96974 57250	60	21 22474 73545 45680		
60	4027 21426 10887 32780				

$n \setminus r$	56	$n \setminus r$	57	$n \setminus r$	58
56	1	57	1	58	1
57	1596	58	1653	59	1711
58	13 03666	59	13 97887	60	14 97125
59	7263 81096	60	8060 60655		
60	31 04639 73337				

$n \setminus r$	59	$n \setminus r$	60
59	1	60	1
60	1770		