PUBLIKACIJE ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA UNIVERZITETA U BEOGRADU
PUBLICATIONS DE LA FACULTÉ D'ÉLECTROTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ À BELGRADE

SERIJA: MATEMATIKA I FIZIKA — SÉRIE: MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

№ 90 (1963)

COMPLÉMENTS AU TRAITÉ DE KAMKE. NOTE VIII.

D. S. Mitrinović et *D. Ž. Djoković*

(Reçu le 1 décembre 1962)

1. Considérons la fonction rationnelle suivante:

$$y=\frac{A}{B}\qquad\left(A=\sum_{\nu=0}^{m}a_\nu x^\nu,\ B=\sum_{\nu=0}^{n}b_\nu x^\nu\right),\tag{1}$$

où a_ν, b_ν sont des constantes quelconques (les b_ν ne sont pas tous des zéros).

La solution générale de l'équation différentielle

$$\begin{vmatrix} y_{m-n+1} & y_{m-n+2} & \cdots & y_{m+1}\\ y_{m-n+2} & y_{m-n+3} & & y_{m+2}\\ \vdots & & & \\ y_{m+1} & y_{m+2} & & y_{m+n+1}\end{vmatrix}=0,\tag{2}$$

avec

$$\begin{aligned} y_k&=\frac{1}{k\,!}\,\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}x^k}y=\frac{1}{k\,!}\mathrm{D}^k y \qquad (k>0),\\ &=y \qquad (k=0),\\ &=0 \qquad (k<0),\end{aligned}$$

est la fonction y définie par (1).

Démonstration. Écrivons l'équation (1) sous la forme

$$By=A.$$

Par différentiation $(m+i)$ - fois, on trouve

$$\sum_{k=0}^{m+i}\binom{m+i}{k}(\mathrm{D}^k B)(\mathrm{D}^{m+i-k}y)=0$$

ou bien

$$\sum_{k=0}^{m+i}B_k y_{m+i-k}=0\qquad\left(B_k=\frac{1}{k\,!}\mathrm{D}^k B\right).\tag{3}$$

Si l'on y pose $i=1, 2, 3, \ldots, n+1$, on obtient un système homogène de $n+1$ équations linéaires par rapport aux inconnues B_k $(k=0, 1, 2, \ldots, n)$.

Par élimination de ces $n+1$ inconnues, on trouve précisément l'équation (2). La solution (1) est générale, parce qu'elle contient $m+n+1$ constantes indépendantes.

Le cas particulier $m=n$ a été déjà indiqué par *F. Morley* et démontré par *T. A. Bullard* (*voir*: *The American Mathematical Monthly*, vol. 31, 1924, p. 353).

2. Il est intéressant d'observer que *Th. Angheluța* et *V. Herman* ont formé une équation fonctionnelle ayant comme solution continue unique la fonction (1).

Voir le review de *M. Kuczma* publié dans *Mathematical Reviews*, vol. 23, 4A 2656, 1962; *voir* aussi: *Gazeta matematică și fizică*, seria A, t. 12 (65), 1960, p. 636—639 et la monographie de *M. Ghermănescu*: *Ecuații funcționale*, București, 1960, p. 422—428.