

1. UVOD

Nuklearni reaktori sa moderatorom koji ključa imaju izvesne prednosti nad sličnim reaktorima sa drugim načinima hladjenja, što ih čini interesantnim u sadašnjem stanju razvoja nuklearne tehnike. Ta vrsta reaktora bila je svojevremeno odbačena zbog toga što se smatralo da postojeći servosistemi ne mogu slediti brze promene snage, koje nastaju uticajem uzburkanosti moderatora pri ključanju na reaktivnost [1]. Medjutim, zahvaljujući povratnom dejstvu stvaranja pare na reaktivnost, moguće je ostvariti režim efikasne sopstvene regulacije tog reaktora, kako su to prošlih godina vršeni eksperimenti i potvrdili [1], [2], [3], [4]. Efikasnost te sopstvene regulacije omogućuje svodjenje uloge sistema kontrole snage na regulaciju sporih ali ne tako malih promena reaktivnosti. Tako je kinetika reaktora sa moderatorom koji ključa posebno interesantna za nuklearnu tehniku.

U zadnje vreme objavljeno je više radova iz oblasti kinetike reaktora kod kojih je povratno dejstvo ostvareno uticajem temperature na reaktivnost. Neki od njih daju opštiji pregled delatnosti na tom polju [5] i [6]. Izuzev Weltonovog [6] uopštenog tretiranja nelinearne stabilnosti, ti radovi se odnose na pojedine vrste reaktora prema načinu hladjenja. Pri tome su tretirani dosta simplificirani slučajevi, što je razumljivo obzirom na složenost problema. Iz oblasti kinetike reaktora sa moderatorom koji ključa, kod kojeg pored relativno malog uticaja temperaturskih efekata glavni uticaj na reaktivnost ima razredjenje moderatora usled stvaranja pare, nema objavljenih radova sem jednog [7], koji uglavnom razmatra probleme kontrole. Uticaj stvaranja pare, taj novi element sopstvene kontrole, daje izvesnu specifičnost kinetici reaktora sa moderatorom koji ključa.

U tretiranju tog problema u ovom radu smo se ograničili na male promene snage. Time obuhvatamo kontinualni režim rada kada je poželjno da postoje samo male fluktuacije snage. Mogućnost dovoljnog ograničenja tih fluktuacija pokazali su prvi izvedeni reaktori te vrste [2]. Sa ograničavanjem na male promene snage, moguće je uzeti jednačine u približnom, linearnom obliku čime se sa matematičke strane tretiranje problema u mnogome uprošćava i omogućuje korišćenje uobičajenih metoda u teoriji linearnih sistema sa povratnom spregom. Rezultati dobijeni linearizacijom jednačina mogu se koristiti i u slučaju ako se pojedini parametri, koji su smatrani konstantnim, sporo menjaju u vremenu.

Pri oceni veličina pojedinih parametara koristili smo podatke iz navedenih radova o prvim eksperimentalnim reaktorima te vrste.

Autor želi da izrazi zahvalnost Upravi Instituta za nuklearne nauke „Boris Kidrič“ za pomoć u toku izrade ove disertacije kao i mnogim saradnicima Instituta za korisne diskusije. Prof. Dr. Ing. Dragiša Ivanović, rukovodioc pri izradi ove disertacije i Prof. Dr. Ing. Dušan Mitrović pružili su pomoć i dali potstrek u toku izrade i definitivne redakcije ove disertacije, zbog čega im autor i ovim putem izražava zahvalnost.

2. SVOĐENJE NA FUNKCIJE NEZAVISNE OD PROSTORA

U tretiranju kinetike raznih reaktora u objavljenim radovima se uvek usvaja mogućnost pretstavljanja fluksa termičkih neutrona, odnosno gustine snage reaktora, proizvodom prostorne i vremenske funkcije. Smatra se da ta pretpostavka zadovoljava sa dovoljnom tačnošću (na pr. [6]). Pošto tretiramo male promene snage, to ćemo usvojiti ovu pretpostavku i u našem slučaju reaktora sa moderatorom koji ključa. Ta mogućnost razdvajanja promenljivih daje velika matematička olakšanja. Naša namera je da uz izvesne aproksimacije uvedemo razdvajanje promenljivih i kod termičkih veličina. Zato ćemo ukratko dati jedno izvodenje kinetičke jednačine, kojim ćemo ukazati na nužne aproksimacije da bi se došlo do razdvajanja promenljivih a zatim ćemo slične aproksimacije primeniti i pri tretiranju termičkih pojava u ovom reaktoru.

U ravnotežnom stanju, kada se ne menja snaga reaktora, sve pojave u pogledu odvijanja lančane reakcije mogu se okarakterisati verovatnoćom $P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1)$ [8]. Pri tome je

$$P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1) dV d\tau_1$$

verovatnoća da neutron koji je emitovan u tački \vec{r}_1 u trenutku $\tau_1 = 0$, izazove fisiju u zapremini dV , u okolini tačke \vec{r} , u vremenskom intervalu između τ_1 i $\tau_1 + d\tau_1$. Ovako uvedena verovatnoća $P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1)$ je izvesna aproksimacija, pošto ona ne vodi računa o početnoj brzini neutrona, nego se odnosi na srednju početnu energiju neutrona. Dalje ćemo uzeti da je verovatnoća $P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1)$ ista za trenutne i za zakasnele neutrone, zanemarujući uticaj razlika srednjih energija. Tako je u ravnotežnom stanju

$$l(\vec{r}_1, \vec{r}) = \frac{\int_0^{\infty} d\tau_1 \tau_1 P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1)}{\int_0^{\infty} d\tau_1 P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1)} \quad (2.1)$$

srednji život neutrona između trenutka emitovanja u tački \vec{r}_1 i trenutka izazivanja nove fisije u okolini tačke \vec{r} . Sudbina neutrona koji ne izazivaju fisiju ne utiče na ovaj srednji život.

Verovatnoća da se zakasneli neutron i -te grupe emituje u vremenskom intervalu između τ i $\tau + d\tau$, ako je fisija nastala u trenutku $\tau = 0$, je

$$\lambda_i e^{-\lambda_i \tau} d\tau.$$

λ_i je konstanta raspada i -te grupe. Verovatnoća da se zakasneli neutron i -te grupe emituje u tom intervalu vremena je $D(\tau) d\tau$, gde je

$$D(\tau) = \sum_i \frac{\beta_i}{\beta} \lambda_i e^{-\lambda_i \tau} \quad (2.2)$$

$$\beta = \sum_i \beta_i. \quad (2.3)$$

Pri tome je svakako
$$\int_0^{\infty} d\tau D(\tau) = 1. \quad (2.4)$$

Narušavanjem ravnotežnog stanja određenog verovatnoćom $P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1)$, menja se i ta verovatneća u vremenu, pošto se promenom snage menjaju i parametri koji na nju utiču. Pošto su promene snage za vreme koje odgovara srednjem životu neutrona zanemarljive kao i uticaj promena srednjeg života neutrona, to možemo približno staviti

$$P_t(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1, t) = P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1) k(\vec{r}_1, \vec{r}, t). \quad (2.5)$$

Veličina $k(\vec{r}_1, \vec{r}, t) - 1$ predstavlja dakle relativno povećanje, u odnosu na ravnotežno stanje, broja fisija izazvanih u okolini tačke \vec{r} u vremenskom intervalu $d\tau_1$ neutronima emitovanim u tački \vec{r}_1 . Pri tome su se emisija i fisija desile u malom vremenskom intervalu oko trenutka t . U ravnotežnom stanju je $k(\vec{r}_1, \vec{r}, t) = 1$. Neka je dalje

$N(\vec{r}, t) dV dt$ broj fisija nastalih u zapremini dV u okolini tačke \vec{r} u intervalu vremena između t i $t + dt$,
 $v(1 - \beta)$ broj trenutno nastalih neutrona prilikom jedne fisije, i
 $v\beta$ broj zakasnelih neutrona iz jedne fisije.

Prema prednjem i jednačini (2.2) je

$$dV_1 dt \beta v \int_0^{\infty} d\tau N(\vec{r}_1, t - \tau) D(\tau)$$

broj zakasnelih neutrona emitovanih u zapremini dV_1 u okolini tačke \vec{r}_1 u vremenskom intervalu između t i $t + dt$. Konačno, među tako definisanim veličinama postoji sledeća relacija

$$\begin{aligned} N(\vec{r}_1, t) &= (1 - \beta) v \int_V dV_1 k(\vec{r}_1, \vec{r}, t) \int_0^{\infty} d\tau_1 P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1) N(\vec{r}_1, t - \tau) \\ &+ \beta v \int_V dV_1 k(\vec{r}_1, \vec{r}, t) \int_0^{\infty} d\tau_1 P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1) \int_0^{\infty} d\tau N(\vec{r}_1, t - \tau_1 - \tau) D(\tau), \end{aligned} \quad (2.6)$$

gde je V zapremina aktivnog dela reaktora. Gornja integralna jednačina određuje funkciju $N(\vec{r}, t)$ a time i gustinu snage reaktora za datu karakteristiku sredine $P(\vec{r}_1, \vec{r}, \tau_1)$, pri čemu između $k(\vec{r}_1, \vec{r}, t)$ i $N(\vec{r}, t)$ postoji povratnom spregom ostvarena veza.

Razdvajanjem promenljivih možemo staviti

$$N(\vec{r}, t) = N(\vec{r}) F(t). \quad (2.7)$$

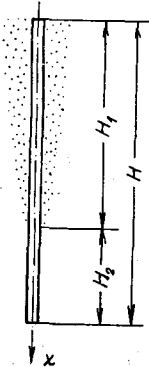
Uzmimo da je režim u reaktoru u ravnotežnom stanju na predviđenom nivou snage bio okarakterisan funkcijom $N(\vec{r})$, to je u ravnotežnom stanju $F(t) = 1$. Daljim izvodjenjem, uz izvesna zanemarivanja ($F(t - \tau_1) \approx F(t) - \frac{dF(t)}{dt} \tau_1$, $\beta \ll 1$, i na kraju $k(\vec{r}_1, \vec{r}, t) \approx 1$), nalazimo

$$l(\vec{r}_1, \vec{r}) \frac{d}{dt} \log F(t) = k(\vec{r}_1, \vec{r}, t) - 1 - \beta \int_0^{\infty} d\tau \frac{F(t) - F(t - \tau)}{F(t)} D(\tau). \quad (2.8)$$

Prednja jednačina treba da odredi vremensku funkciju $F(t)$. Kako vidimo razdvajanje promenljivih prema jednačini (2.7) bi bilo matematički opravdano samo ako $l(\vec{r}_1, \vec{r})$ i $k(\vec{r}_1, \vec{r}, t)$ ne bi bili funkcije položaja, što nije slučaj. Ipak, ako u gornjoj jednačini stavimo mesto $l(\vec{r}_1, \vec{r})$ srednji život neutrona jedne generacije (vreme generisanja) l i mesto $k(\vec{r}_1, \vec{r}, t)$ efektivni faktor multiplikacije $k(t)$, dobijamo poznatu kinetičku jednačinu koja, kako smo napomenuli, zadovoljava sa dovoljnom tačnošću. Tako je

$$l \frac{d}{dt} \ln F(t) = k(t) - 1 - \beta \int_0^{\infty} d\tau \frac{F(t) - F(t - \tau)}{F(t)} D(\tau). \quad (2.9)$$

U prednjoj jednačini je $k(t) - 1$ funkcija promene temperature i zapremine pare u aktivnom delu reaktora u odnosu na ravnotežno stanje na predviđenom nivou snage. Preko tih veličina je ostvarena povratna sprega i time mogućnost sopstvene regulacije snage. Zato ćemo odrediti vezu između promene snage, temperature i toplotnog fluksa na površini grejnih elemenata. Prostorne raspodele tih veličina u ravnotežnom stanju na predviđenom nivou snage smatramo poznatim.



Slika 2.1.

Grejni element

Posmatrajmo prvo samo jedan grejni element, uransku ploču ili šipku (slika 2.1). Neka je H visina aktivnog dela reaktora. Ulazna temperatura tečnosti je nešto niža od temperature ključanja za dati pritisak. Pošto prevali visinu H_2 , tečnost koja struji duž grejnog elementa dostigne temperaturu ključanja. Prelazeći visinu H_1 tečnost stalno ključa posle čega preostala tečnost i nastala para napuštaju aktivni deo reaktora. Da bismo našli traženu relaciju između promene gustine snage i toplotnog fluksa, odredićemo toplotni bilans za visinu između x i $x + dx$ uočenog i -tog grejnog elementa, u intervalu vremena između t i $t + dt$.

Podužnu snagu uočenog grejnog elementa na visini x u trenutku t možemo shodno razdvajanju promenljivih prema jednačini (2.7) izraziti sa

$$p_i(x, t) = p_i(x) F(t). \quad (2.10)$$

Pri tome zanemarujemo uticaj zakasnelog oslobadjanja jednog dela energije β i γ zračenjem, kao i da se ta energija i kinetička energija nastalih neutrona predaje, uglavnom, tek užoj okolini mesta fisije. Tako je razvijena količina toplote u posmatranom delu grejnog elementa u posmatranom intervalu vremena

$$p_i(x) F(t) dx dt. \quad (2.11)$$

Neka je dalje $q_i(x, t)$ podužni toplotni protok na površini uočenog grejnog elementa. Slično kao kod izvodjenja kinetičke jednačine reaktora, pretpostavićemo da se i kod ove veličine mogu razdvojiti promenljive u obliku

$$q_i(x, t) = q_i(x) G(t). \quad (2.12)$$

Uzmimo, kao pri izvodjenju funkcije $F(t)$, da je u ravnotežnom stanju na predvidjenom nivou snage $G(t)=1$, pa je $q_i(x)$ podužni toplotni protok na površini uočenog grejnog elementa u ravnotežnom stanju. Tako je

$$q_i(x) G(t) dx dt \quad (2.13)$$

količina toplote koja se odvede sa površine posmatranog dela grejnog elementa u posmatranom intervalu vremena.

U daljem izvodjenju ćemo smatrati da je temperatura površine grejnog elementa u svakoj tački dovoljno visoka, tako da i u oblasti u kojoj je tečnost pothladjena imamo površinsko (lokalno) ključanje. Od ovoga može biti odstupanja na nekom delu na ulazu u aktivni deo reaktora. Kod površinskog ključanja imamo slične uslove prenosa toplote sa površine grejnog elementa na tečnost kao i kod običnog ključanja. Razlika je u tome što se kod površinskog ključanja para ponovo kondenzuje usled toga što je tečnost pothladjena, a kod običnog ključanja se to ne javlja. U oba slučaja se prema eksperimentalnim rezultatima iznesenim u literaturi o prenošenju toplote (na pr. [10] strana 338) toplotni fluks može izraziti kao CT^n , gde je T razlika temperature površine grejnog elementa i temperature zasićene pare na odgovarajućem pritisku. Nemamo detaljne podatke kako C a možda i n zavise od razredjenja tečnosti usled prisustva pare. Pošto se pri raznim uslovima rada n uglavnom ne menja, to ćemo ga uzeti konstantnim a C smatrati samo funkcijom položaja x . Time zanemarujemo posledice povratnog uticaja malih promena zapremine pare u vremenu na koeficijent prelaza toplote. Tako je

$$q_{i_t}(x, t) = \frac{S_i}{H} C_i(x) [T_{i_t}(x, t)]^n \quad (2.14)$$

odnosno prema razdvajanju promenljivih

$$q_i(x) = \frac{S_i}{H} C_i(x) [T_i(x)]^n \quad (2.15)$$

i

$$[T_{i_t}(x, t)]^n = [T_i(x)]^n G(t). \quad (2.16)$$

Pri tome je S_i površina uočenog grejnog elementa sa koje se prenosi toplota, $T_{i_t}(x, t)$ razlika srednje temperature površine grejnog elementa i temperature zasićene pare na visini x u trenutku t , a $T_i(x)$ isto u ravnotežnom stanju na predvidjenom nivou snage.

Kao i kod sličnih reaktora kod kojih se hladjenje vrši bez ključanja i u našem slučaju možemo zanemariti toplotni protok duž ose elementa u odnosu na toplotni protok normalno na osu. Pored toga uzećemo da pri povećanju snage, povećanje srednje temperature grejnog elementa na nekoj visini odgovara povećanju temperature na površini grejnog elementa. Ta pretpostavka će biti zadovoljena ako je toplotni otpor grejnog elementa pri provodjenju toplote normalno na osu zanemarljiv u odnosu na toplotni otpor pri prelazu toplote sa površine elementa na tečnost. Pored toga, koristićemo podatak o prvim eksperimentalnim reaktorima te vrste, prema kojem se pri fluktuacijama snage u kontinualnom režimu rada, koje su iznosile kod prvog reaktora 15% a kod drugog 4%, nisu mogle konstatovati merljive promene pritiska u reaktoru [2]. Iz toga izlazi da se i fluktuacije temperature zasićene pare mogu zanemariti. Tako je, pri tim uslovima, količina toplote koja se troši na povišenje temperature posmatranog dela grejnog elementa u posmatranom intervalu vremena

$$K_i \frac{dx}{H} T_i(x) \frac{1}{n} [G(t)]^{\frac{1}{n}-1} G'(t) dt, \quad (2.17)$$

gde je K_i toplotni kapacitet i -tog grejnog elementa.

Konačno, možemo postaviti energetski bilans medju veličinama odredjenim izrazima (2.11), (2.13) i (2.17),

$$p_i(x) F(t) = q_i(x) G(t) + \frac{K_i}{H} T_i(x) \frac{1}{n} [G(t)]^{\frac{1}{n}-1} G'(t) \quad (2.18)$$

U ravnotežnom stanju je

$$p_i(x) = q_i(x) = \frac{S_i}{H} C_i(x) [T_i(x)]^n, \quad (2.19)$$

pa se prednja jednačina može napisati u obliku

$$\theta_{T_i}(x) G'(t) [G(t)]^{\frac{1}{n}-1} = F(t) - G(t), \quad (2.20)$$

gde je

$$\theta_{T_i}(x) = \frac{K_i}{n S_i C_i(x) [T_i(x)]^{n-1}}. \quad (2.21)$$

U ovoj jednačini $C_i(x) T_i(x)^{n-1}$ pretstavlja prividni koeficijent prelaza toplote na visini x , prividni zato što se odnosi na razliku temperature površine grejnog elementa i temperature zasićene pare.

Kako smo postavili jednačinu koja odredjuje vezu izmedju vremenskog faktora snage $F(t)$ i vremenskog faktora toplotnog fluksa na površini grejnog elementa $G(t)$. Vidimo da je pretpostavka o razdvajanju promenljivih prema jednačini (2.12) opravdana samo kada prividni koeficijent prelaza toplote ne zavisi od položaja, što kod ključanja i površinskog ključanja nije slučaj. Tako u jednačini (2.20) imamo sličnu teškoću sa vremenskom konstantom $\theta_{T_i}(x)$ kao

što smo imali u jednačini (2.8) sa životom $l(\vec{r}_1, \vec{r})$. Pošto smo kod izvodjenja kinetičke jednačine usvojili uzimanje srednje vrednosti za $l(\vec{r}_1, \vec{r})$, to ćemo sličnu aproksimaciju učiniti i sa $\theta_{T_i}(x)$. Tako možemo prednje razmatranje proširiti na sve grejne elemente, pa je shodno jednačini (2.12)

$$q_t(x, t) = q(x) G(t), \quad (2.22)$$

gde je $q_t(x, t) dx dt$ količina toplote koja se na visini između x i $x + dx$ preda tečnosti u vremenskom intervalu između t i $t + dt$. Prema jednačini (2.20) imamo

$$\theta_T G'(t) [G(t)]^{n-1} = F(t) - G(t). \quad (2.23)$$

Pri tome je θ_T , parametar koji ćemo zvati toplotna vremenska konstanta, jednak

$$\theta_T = \frac{K}{nSh}, \quad (2.24)$$

gde je K toplotni kapacitet grejnih elemenata, S ukupna površina grejnih elemenata sa koje se prenosi toplota i h srednji prividni koeficijent prelaza toplote.

Prednja veza između vremenskog faktora snage $F(t)$ i vremenskog faktora toplotnog fluksa $G(t)$ važi samo ako su ispunjeni uslovi pod kojima je izvedena. Manja odstupanja od ovih ograničenja mogu se uzeti u obzir izvesnom korekcijom toplotne vremenske konstante. Uvodjenjem srednje vrednosti toplotne vremenske konstante uzimamo srednje kašnjenje toplotnog fluksa koje nije isto u svakoj tački. Ta aproksimacija je utoliko više opravdana ukoliko se fluks termičkih neutrona manje menja u prostoru. Pomenimo još da je za izračunavanje toplotne vremenske konstante potrebno merenjem odrediti koeficijent prelaza toplote, a merenjem na modelu grejnog elementa može se odrediti i sama vremenska konstanta u pojedinim tačkama. Posebno je pitanje sa kojom težinom treba računati srednju vrednost toplotne vremenske konstante ako je ona poznata u svakoj tački. Ako bi ona karakterisala samo kašnjenje toplotnog fluksa, tada bi za težinu trebalo uzeti toplotni fluks, ali pošto je krajnji cilj određivanje zapremine pare u aktivnom delu reaktora, to je mero-davan uticaj na tu veličinu.

Razmatranjem problema sa fizičke strane, bez matematičkog dokaza se može očekivati da se stvarni rezultati u vezi stabilnosti i odziva nalaze između rezultata koji se dobiju uzimanjem mesto srednje vrednosti za θ_T dveju ekstremnih vrednosti koje se u datom slučaju javljaju. Tako se može dobiti mera o nesigurnosti rezultata koji se dobije uzimanjem srednje vrednosti za θ_T .

3. PROMENA ZAPREMINE PARE U AKTIVNOM DELU REAKTORA

Pri određivanju zapremine pare u aktivnom delu reaktora korišćićemo još jedan eksperimentalan podatak iz literature. Radi iznalaženja vremena kašnjenja pri isparavanju i izbacivanju odgovarajuće količine tečnosti, vršeni su eksperimenti sa cevi koja je zagrevana električnom strujom i u kojoj se nalazila voda

[1] i [9]. U tim eksperimentima se ni u jednom slučaju nije moglo od ukupnog kašnjenja odvojiti vreme kašnjenja pri samom formiranju mehurića pare. Zato ćemo vreme kašnjenja pri formiranju mehurića pare zanemariti u odnosu na toplotnu vremensku konstantu θ_T .

U pogledu brzine kretanja mehurića pare uvešćemo jedno uprošćenje. U jednom tek objavljenom članku [11] iznose se eksperimentalni podaci o brzini mehurića pare u funkciji razredjenja tečnosti usled prisustva pare. Iz tih podataka se može izvući zaključak da je brzina mehurića pare obrnuto proporcionalna srednjoj gustini tečnosti na posmatranom mestu. U daljem radu računaćemo sa srednjom brzinom mehurića pare, jer je, prema krajnjim rezultatima iznesenim u našem radu, uticaj promene te brzine na stabilnost i fluktuacije snage sličan ili manji od uticaja promene toplotne vremenske konstante θ_T , za koju smo takodje uzeli srednju vrednost.

Na kraju pretpostavimo da je brzina cirkulacije tečnosti i ulazna temperatura tečnosti konstantna.

Sa tim pretpostavkama možemo preći na izračunavanje zapremine pare u aktivnom delu reaktora. Posmatrajmo prvo deo reaktora u kojem tečnost ključa. Neka je, slično slici 2.1, $H_1(t)$ srednja visina oblasti ključanja tečnosti. Usled promene snage ta visina se menja u toku vremena. Zapremina pare koja je nastala u reaktoru u intervalu vremena između trenutaka τ i $\tau + d\tau$ pre posmatranog trenutka t , je shodno jednačini (2.22)

$$d\tau \frac{1}{h_{fg} \rho_g} G(t-\tau) \int_0^{H_1(t-\tau)} dx q(x), \quad (3.1)$$

ge je h_{fg} toplota isparavanja tečnosti i ρ_g srednja gustina pare. Pošto su od tog intervala do posmatranog trenutka mehurići pare prevalili put $v_g \tau$, gde je v_g srednja brzina mehurića pare, to je zapremina preostale pare u aktivnom delu reaktora

$$d\tau \frac{1}{h_{fg} \rho_g} G(t-\tau) \int_{v_g \tau}^{H_1(t-\tau)} dx q(x). \quad (3.2)$$

Ukupna zapremina pare u aktivnom delu reaktora u trenutku t je dakle

$$V_g(t) = \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^\infty d\tau G(t-\tau) \int_{v_g \tau}^{H_1(t-\tau)} dx q(x). \quad (3.3)$$

U prednjoj jednačini je $1(t)$ jedinična funkcija određena sa

$$1(t) = 1 \quad \text{za } t > 0$$

$$1(t) = 0 \quad \text{za } t < 0.$$

Ona određuje granice integraljenja po τ . Pošto je $q(x)$ data funkcija, uvešćemo i novu datu funkciju

$$Q(x) = \int_0^x dx q(x). \quad (3.4)$$

Tako jednačina (3.3) postaje

$$V_g(t) = \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^\infty d\tau G(t-\tau) 1\left(\frac{H_1(t-\tau) - v_g \tau}{v_g}\right) [Q(H_1(t-\tau)) - Q(v_g \tau)]. \quad (3.5)$$

Zapremina pare u ravnotežnom stanju, kada je $G(t) = 1$, je

$$V_{g0} = \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau [Q(H_{10}) - Q(v_g \tau)], \quad (3.6)$$

gde je H_{10} visina oblasti ključanja tečnosti u ravnotežnom stanju i

$$\theta_1 = H_{10}/v_g. \quad (3.7)$$

Dobijena zapremina pare V_{g0} određuje efektivni faktor multiplikacije u ravnotežnom stanju.

U prelaznom stanju imamo male promene zapremine pare u odnosu na vrednost u ravnotežnom stanju. Te promene dolaze usled promene granice integraljenja određene jediničnom funkcijom $1\left(\frac{H_1(t-\tau) - v_g \tau}{v_g}\right)$ i promene težinske funkcije $Q(H_1(t-\tau)) - Q(v_g \tau)$ u jednačini (3.5). U oblasti $\tau = \theta_1$, oko koje se menja granica integraljenja, težinska funkcija ima male vrednosti oko nule, pa se promene usled pomeranja granice integraljenja mogu zanemariti u odnosu na celokupnu promenu integrala. Tako je zapremina pare, izražena jednačinom (3.5) približno jednaka

$$V_g(t) = \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau G(t-\tau) [Q(H_1(t-\tau)) - Q(v_g \tau)]. \quad (3.8)$$

Pošto se visina oblasti ključanja $H_1(t)$ malo menja u toku vremena, uzećemo dalju približnost, shodno jednačini (3.4)

$$Q(H_1(t-\tau)) = Q(H_{10} + \delta H_1(t-\tau)) \approx Q(H_{10}) + q(H_{10}) \delta H_1(t-\tau), \quad (3.9)$$

gde je δH_1 promena visine oblasti ključanja u odnosu na vrednost u ravnotežnom stanju H_{10} . Sa gornjom približnošću jednačina (3.8) se može pisati u obliku

$$\begin{aligned} V_g(t) = & \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau [Q(H_{10}) - Q(v_g \tau)] + \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau [G(t-\tau) - 1] [Q(H_{10}) - Q(v_g \tau)] + \\ & + \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau q(H_{10}) \delta H_1(t-\tau) + \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau [G(t-\tau) - 1] q(H_{10}) \delta H_1(t-\tau). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Prvi član na desnoj strani pretstavlja, prema jednačini (3.6), zapreminu pare u ravnotežnom stanju, a ostala tri člana prema tome pretstavljaju promenu zapremine pare u odnosu na ravnotežno stanje. Drugi član pretstavlja promenu zapremine pare usled promene snage reaktora u oblasti ključanja a treći usled promene visine oblasti ključanja. Ove dve promene su istog reda veličine, izuzev ako se visina oblasti zagrevanja tečnosti do temperature ključanja H_2 i visina oblasti ključanja H_1 mnogo razlikuju. Četvrti član na desnoj strani jednačine, kao proizvod malih promena snage (kada se $G(t)$ ne razlikuje mnogo od 1) i malih promena visine oblasti ključanja, može da se zanemari u odnosu na drugi i treći član. Tako imamo približno promenu zapremine pare u odnosu na ravnotežno stanje

$$\begin{aligned} \delta V_g(t) = & \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau [G(t-\tau) - 1] [Q(H_{10}) - Q(v_g \tau)] + \\ & + \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau q(H_{10}) \delta H_1(t-\tau). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Preostaje da se odredi promena visine oblasti ključanja u odnosu na ravnotežno stanje u nekom trenutku $t-\tau$, koja zavisi od prethodno predate količine toplote u delu reaktora gde se tečnost zagreva do temperature ključanja.

Taj put, $H - H_1(t-\tau)$, tečnost prevali za vreme $\frac{H - H_1(t-\tau)}{v_f}$ pri čemu joj se temperatura poveća za ΔT_f . Pri tome je v_f srednja brzina tečnosti u pothladjenoj oblasti i ΔT_f razlika između temperature ključanja i ulazne temperature tečnosti. Shodno jednačini (2.22) možemo staviti

$$S_f \rho_f c_f \Delta T_f = \int_0^{[H - H_1(t-\tau)]/v_f} d\tau_1 q(H_1(t-\tau) + v_f \tau_1) G(t-\tau-\tau_1), \quad (3.12)$$

gde je S_f površina poprečnog preseka rashladne tečnosti, ρ_f gustina tečnosti i c_f specifična toplota tečnosti. Za ravnotežno stanje, kada je $G(t) = 1$, prednja jednačina postaje

$$S_f \rho_f c_f \Delta T_f = \int_0^{[H - H_{10}]/v_f} d\tau_1 q(H_{10} + v_f \tau_1). \quad (3.13)$$

Smenom $x = H_{10} + v_f \tau_1$ prednja jednačina postaje

$$S_f \rho_f c_f \Delta T_f = \frac{1}{v_f} \int_{H_{10}}^H dx q(x) = \frac{1}{v_f} [Q(H) - Q(H_{10})]. \quad (3.14)$$

Kombinacijom jednačina (3.12) i (3.14) dobijamo

$$Q(H) - Q(H_{10}) = v_f \int_0^{[H - H_1(t-\tau)]/v_f} d\tau_1 q(H_1(t-\tau) + v_f \tau_1) G(t-\tau-\tau_1). \quad (3.15)$$

Daljom transformacijom i smenom $x = H_1(t - \tau) + v_f \tau_1$, gornja jednačina postaje

$$Q(H) - Q(H_{10}) = \int_{H_1(t-\tau)}^H dx q(x) + v_f \int_0^{[H-H_1(t-\tau)]/v_f} d\tau_1 q(H_1(t-\tau) + v_f \tau_1) [G(t-\tau-\tau_1) - 1], \quad (3.16)$$

odnosno

$$Q(H_1(t-\tau)) - Q(H_{10}) = v_f \int_0^{[H-H_1(t-\tau)]/v_f} d\tau_1 q(H_1(t-\tau) + v_f \tau_1) [G(t-\tau-\tau_1) - 1]. \quad (3.17)$$

Uticaj malih promena u visini oblasti ključanja na desnoj strani gornje jednačine su odstupanja višeg reda pa ih možemo zanemariti, kako smo i ranije činili. Tako prednja jednačina postaje

$$Q(H_1(t-\tau)) - Q(H_{10}) = v_f \int_0^{\theta_2} d\tau_1 q(H_{10} + v_f \tau_1) [G(t-\tau-\tau_1) - 1], \quad (3.18)$$

gde je

$$\theta_2 = (H - H_{10})/v_f = H_{20}/v_f \quad (3.19)$$

vreme koje tečnost provede u aktivnom delu reaktora dok se zagreje do temperature ključanja u ravnotežnom stanju, a H_{20} visina koju tečnost prevali za to vreme. Unošenjem tako određene veličine $Q(H_1(t-\tau))$ u jednačinu (3.8), nalazimo zapreminu pare. Sledeći dalje transformacije sa tom veličinom, nalazimo, prema približnosti (3.9), promenu visine oblasti ključanja

$$\delta H_1(t-\tau) = \frac{v_f}{q(H_{10})} \int_0^{\theta_2} d\tau_1 q(H_{10} + v_f \tau_1) [G(t-\tau-\tau_1) - 1]. \quad (3.20)$$

Time je određena promena zapremine pare u aktivnom delu reaktora u odnosu na ravnotežno stanje na predviđenom nivou snage, koja je prema jednačinama (3.11) i (3.20)

$$\begin{aligned} \delta V_g(t) = & \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau [G(t-\tau) - 1] [Q(H_{10}) - Q(v_g \tau)] + \\ & + \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau v_f \int_0^{\theta_2} d\tau_1 [G(t-\tau-\tau_1) - 1] q(H_{10} + v_f \tau_1). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Gornja promena zapremine pare određuje i promenu količine tečnosti, koja je moderator, u aktivnom delu reaktora.

4. SPREGNUTI PRENOS REAKTORA

Kinetička jednačina reaktora je nelinearna (2.9), pošto je efektivni faktor multiplikacije funkcija snage. Kako smo u Uvodu naglasili, u ovom radu se ograničavamo na razmatranje tangentnog sistema za male promene snage. Da

bismo ispitali staailnost i odziv sistema, posmatraćemo posledice nagle promene reaktivnosti u trenutku $t=0$. Neka je reaktor do tog trenutka bio u ravnotežnom stanju na predviđenom nivou snage kada je $k(t)=1$. Tako je nametnuta reaktivnost (nagla promena efektivnog faktora multiplikacije)

$$\delta k(t) = \delta k_1(t). \quad (4.1)$$

Takva promena naravno ne može da se desi trenutno, no takvo simplifikovanje je blisko najnepovoljnijem narušavanju ravnoteže. Pošto smo uzeli da se reaktor za $t < 0$ nalazio u ravnotežnom stanju, to ćemo funkcije $F(t)$ i $G(t)$ uzeti u pogodnijem obliku. Neka je

$$F(t) = 1 + y(t) \cdot 1(t), \quad (4.2)$$

prt čemu je

$$y(0) = 0. \quad (4.3)$$

Pošto smo se ograničili na male promene snage, to je relativna promena snage $y(t) \ll 1$. Isto tako neka je

$$G(t) = 1 + z(t) \cdot 1(t) \quad (4.4)$$

pri čemu je

$$z(0) = 0. \quad (4.5)$$

Za male promene snage je relativna promena toplotnog fluksa $z(t) \ll 1$.

U tako nastalom prelaznom periodu, reaktivnost se menja usled promene temperature i zapremine pare u aktivnom delu reaktora koja izaziva promenu gustine moderatora. Te promene nisu prostorno homogene. Prostorna zavisnost uticaja na promenu multiplikacionih osobina obuhvaćena je veličinom $k(\vec{r}_1, \vec{r}, t)$ koja je uvedena u jednačini (2.5). Da bismo došli do kinetičke jednačine (2.9), uzeli smo prostorno nezavisnu srednju vrednost koeficijenta $k(\vec{r}_1, \vec{r}, t)$ koja predstavlja efektivni faktor multiplikacije $k(t)$. U tom smislu treba da nadujemo srednju vrednost uticaja na reaktivnost odnosno promene efektivnog faktora multiplikacije. Pomenimo još da je pri određenoj promeni temperature, uticaj promene temperature na reaktivnost mnogo manji od uticaja time izazvane promene zapremine pare u aktivnom delu reaktora, pa bi se temperaturski efekti mogli i zanemariti.

Za izražavanje uticaja zapremine pare V_g na efektivni faktor multiplikacije uvešćemo odnos

$$\gamma = V_g/V_m \quad (4.6)$$

gde je V_m zapremina moderatora, tečnosti i pare, u aktivnom delu reaktora. Taj odnos određuje razredjenje odnosno srednju gustinu moderatora. U ravnotežnom stanju na predviđenom nivou snage je

$$\gamma_0 = V_{g0}/V_m. \quad (4.7)$$

Uticaj temperaturskih promena na reaktivnost podelićemo na dva dela: uticaj usled promene temperature goriva i uticaj usled promene temperature moderatora. Uticaj drugog dela, koji vremenski kasni za prvim, zanemarimo u

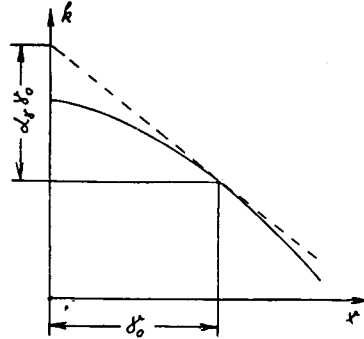
odnosu na uticaj usled odgovarajuće promene zapremine pare u aktivnom delu reaktora koji je mnogo veći. Promenu srednje temperature goriva, uz uslove kao i pri postavljanju izraza (2.17), možemo, prema jednačinama (2.16) i (4.4) izraziti za male promene toplotnog fluksa sa

$$\frac{T_0}{n} z(t) \Gamma(t). \quad (4.8)$$

Pri tome je T_0 srednja razlika temperature na površini grejnih elemenata i temperature zasićene pare.

Uticaj malih promena zapremine pare u aktivnom delu reaktora na reaktivnost izrazimo koeficijentom

$$\alpha_\gamma = - \left. \frac{\partial k}{\partial \gamma} \right|_{\substack{\gamma = \gamma_0 \\ T = T_0}}, \quad (4.9)$$



Slika 4.1

koji ćemo zvati zapreminski koeficijent reaktivnosti. U daljem računu javljaće se proizvod $\alpha_\gamma \gamma_0$, koji je prikazan na slici 4.1. Taj proizvod ćemo zvati prividno smanjenje reaktivnosti (pošto je $(k-1)/k \approx k-1$) usled stvaranja pare. Uticaj malih promena temperature goriva okarakterisan je temperaturskim koeficijentom reaktivnosti

$$\alpha_T = - \left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_{\substack{T = T_0 \\ \gamma = \gamma_0}}, \quad (4.10)$$

Za male promene snage možemo dakle staviti

$$k(t) - 1 = \delta k(t) - \delta k_\alpha(t) \quad (4.11)$$

gde je

$$\delta k(t) = \delta k \Gamma(t)$$

$$\delta k_\alpha(t) = \alpha_T \frac{T_0}{n} z(t) \Gamma(t) + \gamma_0 \frac{\delta V_g(t)}{V_{g0}}.$$

Pri tome je $\delta k_\alpha(t)$ deo reaktivnosti ostvaren uticajem promene temperature goriva i promenom zapremine pare u aktivnom delu reaktora.

Sa novouvedenom funkcijom (4.2), za male promene snage, kinetička jednačina reaktora (2.9) može se uzeti u približnom obliku

$$l y'(t) \Gamma(t) = k(t) - 1 - \beta \int_0^\infty d\tau [y(t) \Gamma(t) - y(t-\tau) \Gamma(t-\tau)] D(\tau). \quad (4.12)$$

Koristeći jednačinu (2.4), prednja jednačina postaje

$$l y'(t) \Gamma(t) = k(t) - 1 - \beta y(t) \Gamma(t) + \beta \int_0^t d\tau y(t-\tau) \Gamma(t-\tau) D(\tau). \quad (4.13)$$

Jednačina (2. 23), koja je nelinearna takodje, sa novouvedenim funkcijama (4. 2) i (4. 4), za male promene snage postaje u približnom obliku

$$\vartheta_T z'(t) 1(t) = y(t) 1(t) - z(t) 1(t). \quad (4. 14)$$

Ostale dve jednačine (3. 11) i (3. 20), koje određuju promenu zapremine pare u aktivnom delu reaktora, već su izvedene za male promene snage, a sa novouvedenom funkcijom (4. 4) postaju

$$\begin{aligned} \delta V_g(t) &= \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau z(t-\tau) 1(t-\tau) [Q(H_{10}) - Q(v_g \tau)] \\ &+ \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau q(H_{10}) \delta H_1(t-\tau) \end{aligned} \quad (4. 15)$$

i

$$\delta H_1(t-\tau) = \frac{v_f}{q(H_{10})} \int_0^{\theta_2} d\tau_1 q(H_{10} + v_f \tau_1) z(t-\tau-\tau_1) 1(t-\tau-\tau_1). \quad (4. 16)$$

Time smo postavili jednačine koje sa poznatom kinetičkom jednačinom karakterišu vremensko ponašanje ovog reaktora. Naš dalji zadatak je tretiranje tog sistema integrodiferencijalnih jednačina: ispitivanje stabilnosti i rešavanje tih jednačina. Pri tome ćemo se služiti Laplace-ovom transformacijom, kako je to uobičajeno u teoriji sistema sa povratnom spregom.

Za Laplace-ovu transformaciju koristićemo sledeće obeležavanje

$$L\{f(t)\} \equiv \bar{f}(p) = \int_0^{\infty} dt e^{-pt} f(t).$$

Primenom Laplace-ove transformacije jednačina (4. 11) postaje

$$L\{k(t) - 1\} = \bar{\delta k}(p) - \bar{\delta k}_\alpha(p) \quad (4. 17)$$

gde je

$$\bar{\delta k}(p) = \frac{\delta k}{p}$$

$$\bar{\delta k}_\alpha(p) = \alpha_T \frac{T_0}{n} \bar{z}(p) + \alpha_\gamma \gamma_0 \frac{\bar{\delta V}_g(p)}{V_{g0}},$$

a jednačina (4. 13) postaje

$$lp \bar{y}(p) = L\{k(t) - 1\} - \bar{y}(p) [1 - \bar{D}(p)]. \quad (4. 18)$$

Transformacijom jednačina (2.2) daje

$$\bar{D}(p) = \sum_i \frac{\beta_i}{\beta} \frac{\lambda_i}{p + \lambda_i}, \quad (4. 19)$$

a korišćenjem jednačine (2.3) imamo

$$\beta [1 - \bar{D}(p)] = p \sum_i \frac{\beta_i}{p + \lambda_i}. \quad (4.20)$$

Tako jednačina (4.18) postaje primenom prednje relacije

$$\frac{\bar{y}(p)}{L\{k(t) - 1\}} = Y_R(p) = \frac{1}{p \left(l + \sum_i \frac{\beta_i}{p + \lambda_i} \right)}. \quad (4.21)$$

Sledeća jednačina (4.14) transformacijom daje

$$\frac{\bar{z}(p)}{\bar{y}(p)} = Y_T(p) = \frac{1}{1 + \theta_T p}. \quad (4.22)$$

Jednačina (4.15) se može napisati u obliku

$$\begin{aligned} \delta V_g(t) &= \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \int_0^\infty d\tau z(t-\tau) 1(t-\tau) [Q(H_{10}) - Q(v_g \tau)] [1(\tau) - 1(\tau - \theta_1)] \\ &+ \frac{q(H_{10})}{h_{fg} \rho_g} \int_0^\infty \delta H_1(t-\tau) [1(\tau) - 1(\tau - \theta_1)], \end{aligned} \quad (4.23)$$

čija je transformacija

$$\begin{aligned} \overline{\delta V_g}(p) &= \frac{1}{h_{fg} \rho_g} \bar{z}(p) \left[\frac{1}{p} Q(H_{10}) - \frac{1}{v_g} \bar{Q}\left(\frac{p}{v_g}\right) - \frac{1}{p} Q(H_{10}) e^{-\theta_1 p} + \frac{1}{v_g} \bar{Q}_1\left(\frac{p}{v_g}\right) e^{-\theta_1 p} \right] \\ &+ \frac{q(H_{10})}{h_{fg} \rho_g} \overline{\delta H_1}(p) \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-\theta_1 p} \right). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Pri tome je

$$Q_1(x) = Q(H_{10} + x), \quad (4.25)$$

pošto je $H_{10} = v_g \theta_1$. Jednačina (4.16) se može napisati u obliku

$$\delta H_1(t) = \frac{v_f}{q(H_{10})} \int_0^\infty d\tau_1 z(t-\tau_1) 1(t-\tau_1) q(H_{10} + v_f \tau_1) [1(\tau_1) - 1(\tau_1 - \theta_2)] \quad (4.26)$$

čija je transformacija

$$\overline{\delta H_1}(p) = \frac{\bar{z}(p)}{q(H_{10})} \left[\bar{q}_1\left(\frac{p}{v_f}\right) - \bar{q}_2\left(\frac{p}{v_f}\right) e^{-\theta_2 p} \right]. \quad (4.27)$$

pri tome je

$$q_1(x) = q(H_{10} + x) \quad (4.28)$$

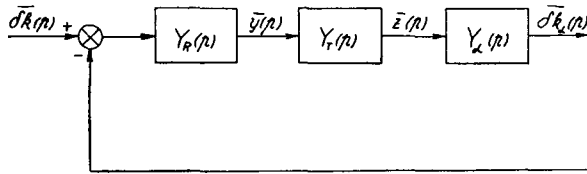
i

$$q_2(x) = q(H + x) \quad (4.29)$$

pošto je $H = H_{10} + v_f \vartheta_2$. Tako je

$$\frac{\delta \bar{k}_\alpha(p)}{\bar{z}(p)} = Y_\alpha(p) = \alpha_T \frac{T_0}{n} + \frac{\alpha_Y \gamma_0}{h_{fg} \rho_g V_{g0}} \left\{ \frac{1}{p} Q(H_{10}) (1 - e^{-\theta_1 p}) - \frac{1}{v_g} \bar{Q} \left(\frac{p}{v_g} \right) + \frac{1}{v_g} \bar{Q}_1 \left(\frac{p}{v_g} \right) e^{-\theta_1 p} + \frac{1}{p} (1 - e^{-\theta_1 p}) \left[\bar{q}_1 \left(\frac{p}{v_f} \right) - \bar{q}_2 \left(\frac{p}{v_f} \right) e^{-\theta_2 p} \right] \right\}. \quad (4.30)$$

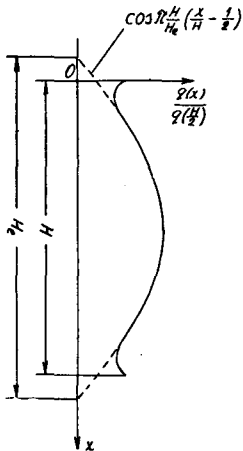
Na osnovu jednačina (4.17), (4.21), (4.22) i (4.30) možemo sastaviti ekvivalentnu šemu reaktora kao sistema sa povratnom spregom, koja je prikazana na slici 4.2.



Slika 4.2. Šema reaktora kao sistema sa povratnom spregom

Prenos $Y_R(p)$ određuje relativnu promenu snage reaktora u funkciji reaktivnosti uzimajući i obzir i uticaj zakasnelih neutrona. Prenos $Y_T(p)$ daje vezu između promene snage reaktora i promene toplotnog fluksa na površini grejnih elemenata preko toplotne vremenske konstante θ_T . Prenos $Y_\alpha(p)$ karakteriše povratno dejstvo promene toplotnog fluksa na reaktivnost preko promene temperature grejnih elemenata i promene zapremine pare u aktivnom delu reaktora.

Spregnuti prenos reaktora u odnosu na relativnu promenu toplotnog fluksa je



Slika 4.3. Srednji podužni toplotni protok na površini grejnih elemenata

$$Y_z(p) = \frac{\bar{z}(p)}{\delta k(p)} = \frac{1}{W(p)}, \quad (4.31)$$

a u odnosu na relativnu promenu snage

$$Y_y(p) = \frac{\bar{y}(p)}{\delta k(p)} = \frac{1 + \theta_T p}{W(p)}, \quad (4.32)$$

gde je

$$W(p) = \frac{1}{Y_R(p)} \cdot \frac{1}{Y_T(p)} + Y_\alpha(p). \quad (4.33)$$

U daljem računu treba da se vežemo za određenu funkciju $q(x)$, koja zavisi od nuklearnih osobina reaktora. Za dobijanje kvalitativnih rezultata, možemo razmatrati pojednostavljene slučajeve, uzimajući za $q(x)$ funkciju koja manje-više aproksimira stvarno stanje, a koja matematičke glomaznosti svodi na manju meru. U svakom slučaju takva pojednostavljenja ne menjaju tok rasudjivanja.

Uzmimo za $q(x)$ kosinusnu funkciju prema slici 4.3. Tako je

$$q(x) = \frac{\pi P_0}{2 H_e \sin \pi \frac{H}{2 H_e}} \cos \pi \frac{H}{H_e} \left(\frac{x}{H} - \frac{1}{2} \right), \quad (4.34)$$

gde je P_0 snaga reaktora u ravnotežnom stanju. Radi kraćeg pisanja uvedimo oznake

$$\varphi_1 = \pi \frac{H_{10}}{H_e} \quad (4.35)$$

i

$$\varphi_2 = \pi \frac{H - H_{10}}{H_e} = \pi \frac{H_{20}}{H_e}. \quad (4.36)$$

Dalje je prema jednačini (3.4)

$$Q(x) = \frac{P_0}{2} \left[1 + \frac{\sin \left(\pi \frac{x}{H_e} - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right)}{\sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}} \right]. \quad (4.37)$$

Zapremina pare u aktivnom delu reaktora u ravnotežnom stanju je, prema jednačini (3.6),

$$V_{g0} = \frac{P_0 \theta_1}{2 h_{fg} \rho_g} \left\{ \frac{\sin \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}}{\sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}} + \frac{2 \sin \frac{\varphi_1}{2} \sin \frac{\varphi_2}{2}}{\varphi_1 \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}} \right\}. \quad (4.38)$$

Iznalaženjem potrebnih likova i prenosa, nalazimo konačno prema jednačini (4.33)

$$\begin{aligned} W(p) = & p (1 + \theta_T p) \left(l + \sum_i \frac{\beta_i}{p + \lambda_i} \right) + \alpha_T \frac{T_0}{n} + \frac{\alpha_T \cdot 0}{\sin \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{2}{\varphi_1} \sin \frac{\varphi_1}{2} \sin \frac{\varphi_2}{2}} \\ & \times \left\{ \frac{\sin \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}}{\theta_1 p} (1 - e^{-\theta_1 p}) - \frac{\varphi_1 \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \theta_1 p \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}}{(\theta_1 p)^2 + \varphi_1^2} \right. \\ & + \frac{\varphi_1 \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \theta_1 p \sin \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}}{(\theta_1 p)^2 + \varphi_1^2} e^{-\theta_1 p} + \frac{\varphi_2}{\theta_1 p} (1 - e^{-\theta_1 p}) \\ & \left. \times \frac{\theta_2 p \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} - \varphi_2 \sin \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} - \left(\theta_2 p \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \varphi_2 \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) e^{-\theta_2 p}}{(\theta_2 p)^2 + \varphi_2^2} \right\}. \quad (4.39) \end{aligned}$$

Grublja aproksimacija bi bila kada se uzme $q = \text{konstanta}$. Taj slučaj izlazi iz prethodnog kada $H_e \rightarrow \infty$. Tako dobijamo prema jednačini (4.38)

$$V_{g0} = \frac{P_0 \theta_1}{2 h_{fg} \rho_g} \frac{H_{10}}{H}, \quad (4.40)$$

i prema jednačini (4.39)

$$W(p) = p (1 + \theta_T p) \left(1 + \sum_i \frac{\beta_i}{p + \lambda_i} \right) + \alpha_T \frac{T_0}{n} + 2 \alpha_Y \gamma_0 \left[\frac{1}{\theta_1 p} - \frac{1}{\theta_1^2 p^2} (1 - e^{-\theta_1 p}) + \frac{H_{20}}{H_{10} \theta_1 \theta_2 p^2} (1 - e^{-\theta_1 p}) (1 - e^{-\theta_2 p}) \right]. \quad (4.41)$$

5. STABILNOST REAKTORA

Jednačine (4.11) i (4.13) do (4.16) mogu se zadovoljiti konstantnim vrednostima traženih funkcija i to sa

$$y_r = z_r = \frac{\delta k}{\alpha_T \frac{T_0}{n} + \alpha_Y \gamma_0 \left\{ 1 + \frac{\theta_1}{V_{g0} h_{fg} \rho_g} [Q(H) - Q(H_{10})] \right\}}, \quad (5.1)$$

Ako pri razmatranim uslovima za neko δk postoji relativna promena snage reaktora y_r istog znaka, tada se kaže da reaktor ima statičku stabilnost. Tako potvrđujemo očigledan uslov statičke stabilnosti da je $\alpha_Y > 0$, pošto je $\left| \alpha_T \frac{T_0}{n} \right| < \left| \alpha_Y \gamma_0 \right|$. Primetimo da je pri tome, prema jednačini (3.14), $Q(H) - Q(H_{10})$ snaga potrebna za zagrevanje tečnosti, koja ulazi u aktivni deo reaktora, do temperature ključanja. Pošto je statička stabilnost potreban uslov za dinamičku stabilnost, to razmatramo samo slučaj $\alpha_Y > 0$. Prema tome y_r predstavlja onu relativnu promenu snage reaktora, za koju se nakon nametnute promene efektivnog faktora multiplikacije δk , ponovo postiže ravnotežno stanje. snaga reaktora nakon narušavanja ravnotežnog stanja, može da teži toj novoj ravnotežnoj vrednosti ili da oscilira neprigušenim oscilacijama oko nje. Tako se uslov stabilnosti, dinamičke stabilnosti, može izraziti sa

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \equiv z(\infty) = z_r, \quad (5.2)$$

što prema jednačini (4.14) važi i za funkciju $y(t)$. Pri ispitivanju stabilnosti zadržaćemo se samo na relativnoj promeni toplotnog fluksa čiji je lik

$$\bar{z}(p) = \frac{\delta k}{p w(p)}. \quad (5.3)$$

Tako se uslov stabilnosti može izraziti sa

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \bar{z}(p) \quad (5.4)$$

odnosno

$$z(\infty) = \frac{\delta k}{w(0)}. \quad (5.5)$$

Ispitivanjem funkcije $W(p)$ određene jednačinom (4.39) nalazimo da ona za $p \rightarrow 0$, $p \rightarrow \pm j \frac{\varphi_1}{\theta_1}$ i $p \rightarrow \pm j \frac{\varphi_2}{\theta_2}$ teži konačnim vrednostima. Te tačke su dakle prividni polovi. Specijalno za $p \rightarrow 0$ je

$$W(0) = \alpha_T \frac{T_0}{n} + \alpha_Y \gamma_0 \left[1 + \frac{2 \cos \frac{\varphi_1}{2} \sin \frac{\varphi_2}{2}}{\sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \frac{2}{\varphi_1} \sin \frac{\varphi_1}{2} \sin \frac{\varphi_2}{2}} \right]. \quad (5.6)$$

Za konstantnu raspodelu gustine snage ($H_e \rightarrow \infty$) nalazimo

$$W(0) = \alpha_T T_0/n + \alpha_Y \gamma_0 (1 + 2 H_{20}/H_{10}). \quad (5.7)$$

Tako je funkcija $W(p)$ meromorfna sa polovima u tačkama $p = -\lambda_i$. Pošto su konstante raspada λ_i pozitivne veličine, sledi da se ti polovi nalaze na negativnom delu realne ose. Za funkciju $\bar{z}(p)$, određenu jednačinom (5.3) možemo dakle da tvrdimo da je meromorfna sa polovima u tački $p=0$ i u tačkama $p=a_v$ koje su nule funkcije $W(p)$,

$$W(a_v) = 0 \quad v = 1, 2, \dots \quad (5.8)$$

Lako se možemo uveriti (na pr. prema [12] strana 267) da je u našem slučaju

$$Z(t) = \frac{\delta k}{W(0)} + \delta k \sum_{v=1}^{\infty} R_v(t), \quad (5.9)$$

gde je $\delta k/W(0)$ ostatak funkcije $e^{pt} \bar{z}(p)$ za pol $p=0$ a $R_v(t)$ za pol $p=a_v$. Da bi dakle uslov stabilnosti izražen jednačinom (5.5) bio ispunjen to je potrebno i dovoljno da sve nule a_v funkcije $W(p)$ imaju negativne realne delove.

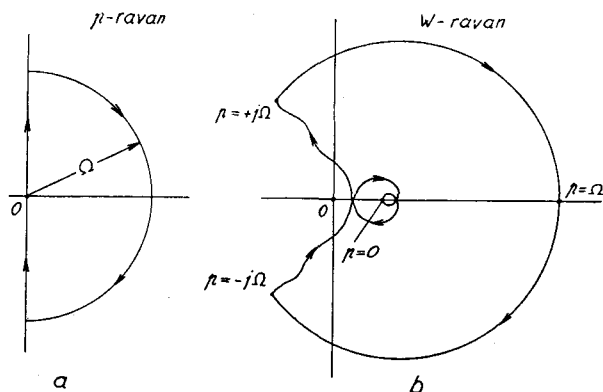
Ispitivanje znaka nula funkcije $W(p)$, a time i ispitivanje stabilnosti reaktora, možemo vršiti crtanjem Nyquist-ovog dijagrama. Pošto je funkcija $W(p)$ meromorfna i nema polova u desnoj polovini p -ravni niti na imaginarnoj osi, to preslikana zatvorena kontura prema slici 5.1 obuhvata onoliko puta koordinatni početak u W -ravni koliko nula ima funkcija $W(p)$ sa pozitivnim realnim delom obuhvaćenih zatvorenim konturom u p -ravni. Ako deo Nyquist-ovog dijagrama, koji odgovara preslikavanju dela imaginarne ose u p -ravni, prolazi kroz koordinatni početak u W -ravni, tada funkcija $W(p)$ ima čisto imaginarne nule. Prema tome reaktor je stabilan ako Nyquist-ov dijagram za $\Omega \rightarrow \infty$ ne obuhvata koordinatni početak niti prolazi kroz njega.

Pošto smo utvrdili kriterijum stabilnosti, možemo pristupiti ispitivanju stabilnosti sistema crtanjem Nyquist-ovih dijagrama. Za recipročnu vrednost spregnutog prenosa toplotnog fluksa, datog jednačinom (4.39), Nyquist-ov

dijagram ima sličan oblik kao na slici 5.1 (b). Oblik dela krive koji odgovara preslikavanju polukruga iz p -ravni, za velike vrednosti Ω je očigledan. Da bi se utvrdilo dali kriva obuhvata koordinatni početak, dovoljno ju je dakle crtati samo za imaginarne vrednosti

$$p = j\omega. \quad (5.10)$$

Pošto je kriva simetrična u pogledu na realnu osu, dijagrame ćemo dati samo za pozitivne vrednosti ω .



Slika 5.1. Preslikavanje zatvorene konture u p -ravni (a) u zatvorenu konturu u W -ravni (b)

Ispitivanje stabiinosti treba da ilustruje uticaj pojedinih parametara na stabilnost sistema. Pošto je broj tih parametara prilično velik, to ćemo se ograničiti na ispitivanje slučaja

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta, \quad (5.11)$$

$$\varphi_1 = 2\varphi_2 = \frac{2\pi H}{3H_e} \quad (5.12)$$

koji je blizak realnim uslovima rada. U svim računima uzimaćemo vrednost $\alpha_T \frac{T_0}{n} = 10^{-4}$.

Ako stavimo $p = j\omega$, dobijamo

$$RW(j\omega) = \alpha_T T_0/n - \omega^2 \theta_T l + U_D(\omega) - \omega \theta_T V_D(\omega) + \alpha_T \gamma_0 U(\omega \theta, H/H_e), \quad (5.13)$$

$$JW(j\omega) = \omega l + \omega \theta_T U_D(\omega) + V_D(\omega) + \alpha_T \gamma_0 V(\alpha \theta, H/H_e), \quad (5.14)$$

gde je

$$U_D(\omega) = \omega^2 \sum_i \frac{\beta_i}{\omega^2 + \lambda_i^2} \quad (5.15)$$

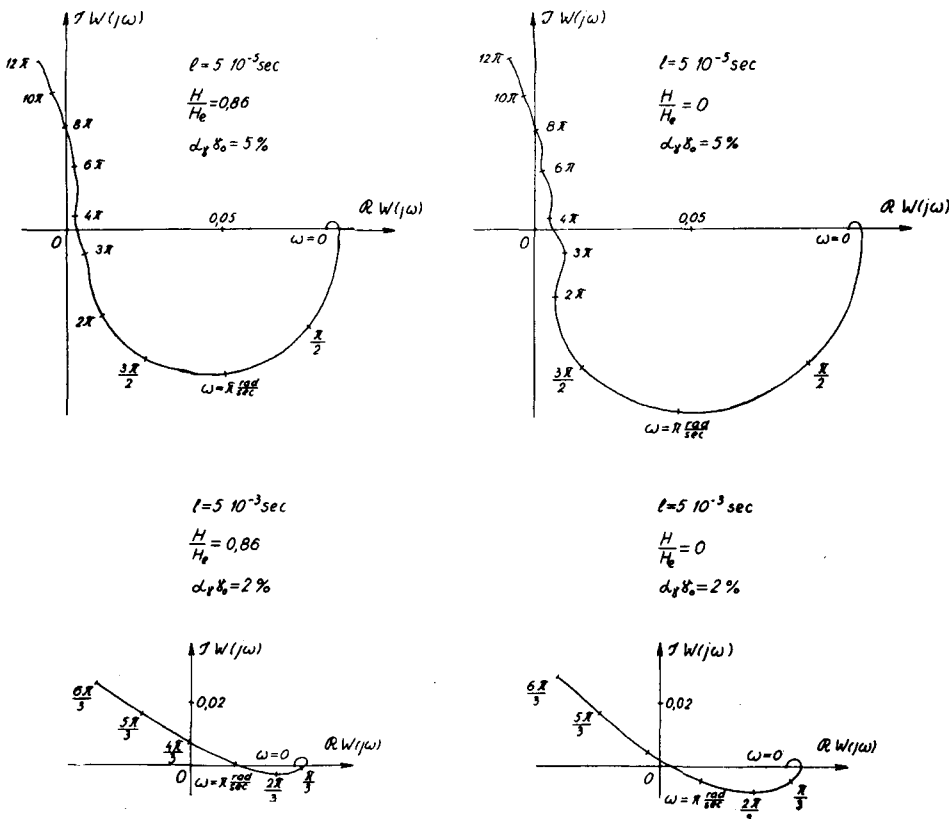
$$V_D(\omega) = \omega \sum_i \frac{\beta_i \lambda_i}{\omega^2 + \lambda_i^2}. \quad (5.16)$$

U daljem radu funkcije $U_D(\omega)$ i $V_D(\omega)$ računane su za šest grupa zakasnelih neutrona U^{235} . Funkcije $U(\omega\theta, H/H_e)$ i $V(\omega\theta, H/H_e)$ su suviše glomazne da bi se navele. Specijalno za $H_e \rightarrow \infty$ je

$$U(\omega\theta, 0) = \frac{1 - \cos 2\omega\theta}{(\omega\theta)^2} \quad (5.17)$$

$$V(\omega\theta, 0) = -\frac{2}{\omega\theta} \left(1 - \frac{\sin 2\omega\theta}{2\omega\theta} \right). \quad (5.18)$$

Tipični primeri Nyquist-ovih dijagrama dati su na slici 5.2. Crtanjem više takvih dijagrama za razne vrednosti pojedinih parametara može se uočiti njihov uticaj na stabilnost reaktora. Sad ćemo istaći uticaj promene veličine

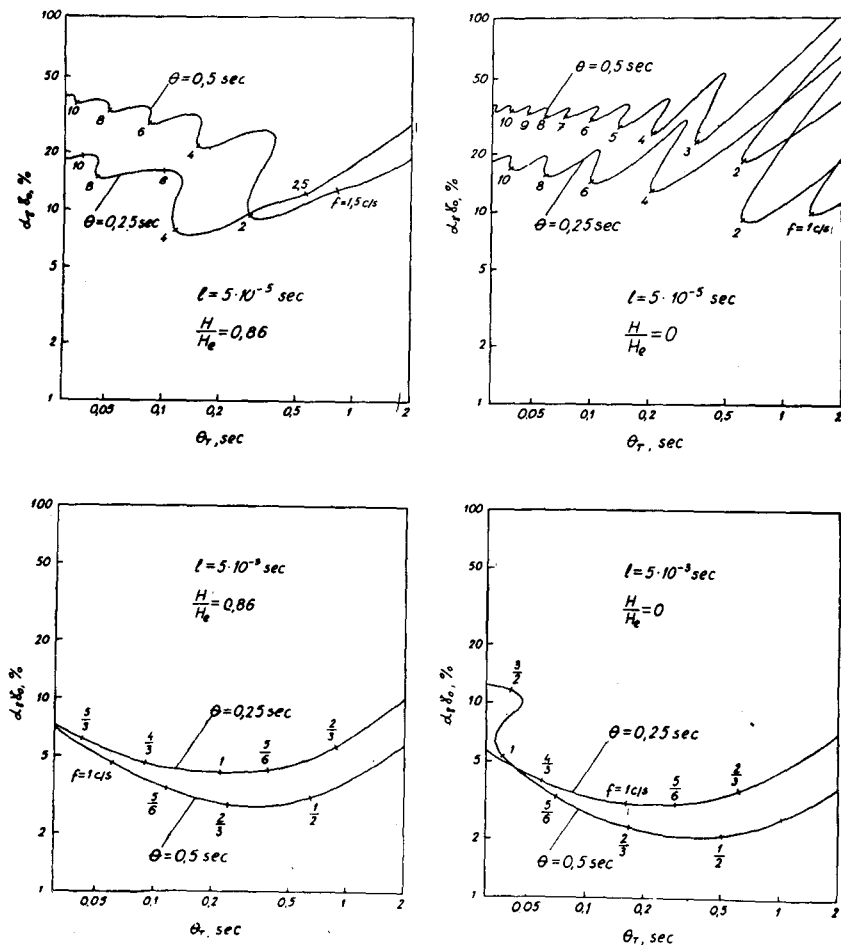


Slika 5. 2. Nyquist-ovi dijagrami

$\alpha_\gamma \gamma_0$ ako su ostali parametri nepomenljivi. Sa povećavanjem veličine $\alpha_\gamma \gamma_0$, kriva se uglavnom spušta i teži da obuhvati koordinatni početak. Za neku vrednost te veličine kriva prolazi kroz koordinatni početak, što znači da prenos $1/W(p)$ ima čisto imaginarne polove. Ako se $\alpha_\gamma \gamma_0$ i dalje povećava, reaktor

je nestabilan, jer Nyquist-ova kriva obuhvata koordinatni početak. Usled talasastog oblika te krive, sa daljim povećavanjem $\alpha_Y \gamma_0$ može se ponovo zaći u stabilnu oblast, a zatim opet nastaje nestabilna oblast.

Ispitivanje stabilnosti za pojedine kombinacije parametara stalnim crtanjem Nyquist-ovog dijagrama predstavlja svakako zametan posao. Otuda se



Slika 5.3. Oblasti stabilnosti

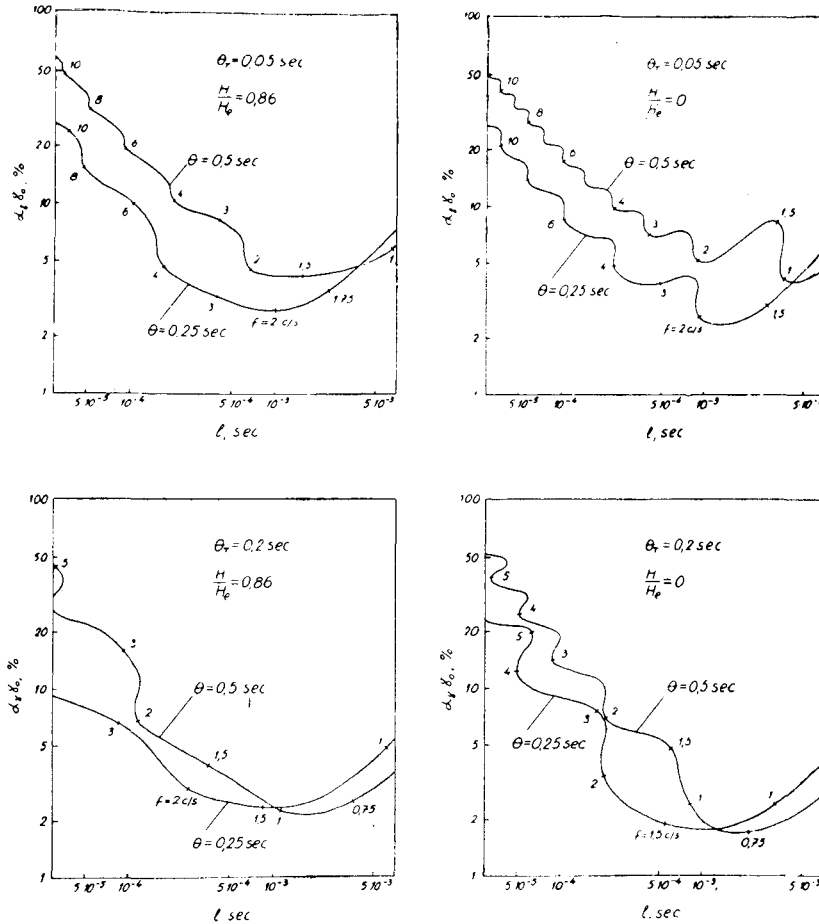
nameće određivanje oblasti kombinacija pojedinih parametara u kojoj je sistem stabilan. To pitanje veoma uspešno rešava primena kriterijuma Dr. D. Mitrovića [13], ako je prenos racionalna funkcija. Sledeći ideju tog kriterijuma, možemo i u ovom slučaju odrediti oblasti stabilnosti. Naime stavljanjem

$$RW(j\omega) = 0 \quad (5.19)$$

i

$$JW(j\omega) = 0 \quad (5.20)$$

možemo iz jednačina (5.13) i (5.14) izraziti dva parametra. Tako dobijamo geometrijsko mesto tačaka ta dva parametra za koje prenos $1/W(p)$ ima čisto imaginarne polove, odnosno za koje Nyquist-ov dijagram prolazi kroz koordinatni početak. Koristeći sada podatke dobijene crtanjem Nyquist-ovih dijagrama, specijalno jasno izraženu tendenciju pri varijaciji $\alpha_\gamma \gamma_0$, možemo lako i sa sigurnošću utvrditi oblast stabilnosti. Parametri l , $\gamma_\gamma \alpha_0$ i θ_T mogu se



Slika 5.4. Oblast stabilnosti

izraziti eksplicitno i time lako naći tražena geometrijska mesta. Tako određene oblasti stabilnosti prikazane su na slikama 5.3 i 5.4. Oblasti stabilnosti nalaze se levo od odgovarajuće krive idući u smeru rašćenja frekvencije

$$f = \omega/2\pi. \quad (5.21)$$

Iz ovih dijagrama mogu se izvući zaključci o smislu i veličini uticaja pojedinih parametara na stabilnost reaktora. Za kosinusnu raspodelu fluksa neutrona, ili gustine snage, uzet je odnos H/H_e koji odgovara običnoj vodi čiji je reflektor obična voda. Za tešku vodu taj odnos je manji, bliži slučaju $H/H_e=0$. Upoređujući dijagrame za kosinusnu i za konstantnu raspodelu fluksa neutrona, vidimo da u nekim oblastima otsupanja nisu velika pa se može koristiti i grublja aproksimacija raspodele fluksa.

Za slučaj obične vode, (l reda 10^{-5} sec), vrednosti prividnog smanjenja faktora multiplikacije usled formiranja pare $\alpha_\gamma \gamma_0$, za koje reaktor postaje nestabilan, su uglavnom veoma velike, bar za razmatrane vrednosti ostalih parametara. Tako za običnu vodu neprigušene oscilacije mogu da nastaju samo za dosta male vrednosti θ , što znači pri intenzivnom prinudnom hladjenju ili pri relativno niskom pritisku. Za tešku vodu (l reda 10^{-3} sec), vrednosti $\alpha_\gamma \gamma_0$ za koje mogu nastupiti neprigušene oscilacije su mnogo niže. Tako se kod izvodjenja ovakvih reaktora na tešku vodu mora obratiti naročita pažnja na stabilnost, jer se nekoliko procenata prividnog smanjenja faktora multiplikacije može vrlo lako postići.

Smanjenje vrednosti $\alpha_\gamma \gamma_0$ uopšte vodi udaljavanju od nestabilne oblasti. Specijalno za $\alpha_\gamma \gamma_0=0$ imamo slučaj bez stvaranja pare, a povratna sprega ostvarena je samo temperaturskim efektom. Prema jednačini (5.14) vidimo da je $JW(j\omega)$ stalno pozitivan za $\omega>0$, iz čega sledi da Nyquist-ov dijagram ne može da obuhvati koordinatni početak, odnosno da takav reaktor ne može da bude nestabilan. Ovo važi čak i onda ako ne uzmemo u obzir zakasnele neutrone.

Dijagrami prikazani na slikama 5.3 i 5.4 mogu se koristiti i za analizu režima uspostavljanja pune snage prilikom stavljanja reaktora u rad sporim izvlačenjem kontrolnih šipki. Tada se promenom snage menjaju i pojedini parametri. Praćenjem položaja radne tačke, određene vrednostima pojedinih parametara, možemo utvrditi da li se ona stalno kreće u stabilnoj oblasti. Glavne promene sa povećanjem snage su smanjenje θ_T i povećanje $\alpha_\gamma \gamma_0$.

Ispitivanje stabilnosti nije dovoljno za izbor pojedinih veličina u pogledu uticaja na kinetiku. Treba još videti uticaj tih veličina na fluktuacije snage usled fluktuacije reaktivnosti.

6. PROMENE SNAGE I TOPLOTNOG FLUKSA USLED NAGLE PROMENE REAKTIVNOSTI

Analiza fluktuacija snage i toplotnog fluksa na površini grejnih elemenata usled fluktuacija reaktivnosti treba da ukaže na uticaj pojedinih parametara na veličinu tih fluktuacija. Tako dobijamo podatke koji pomažu pri izboru tih parametara i ispunjavanju želje da te fluktuacije ostanu u granicama koje se mogu tolerisati. Pri tome posmatramo relativnu promenu snage i toplotnog fluksa usled nagle promene reaktivnosti, odnosno efektivnog faktora multiplikacije, za vrednost δk .

Treba dakle rešiti sistem jednačina (4.11) i (4.13) do (4.16), koji eliminacijom $y(t)$ daje

$$\begin{aligned}
& \theta_T l z''(t) 1(t) + (l + \theta_T) z'(t) 1(t) + \left(u_T \frac{T_0}{n} + \beta \right) z(t) 1(t) = \\
& = \delta k 1(t) + \beta \int_0^t d\tau [z(t-\tau) + \theta_T z'(t-\tau)] 1(t) D(\tau) \\
& - \frac{\alpha_T \lambda_0}{V_{g0} h_{fg} \rho_g} \int_0^{\theta_1} d\tau \left\{ z(t-\tau) 1(t-\tau) [Q(H_{10}) - Q(v_g \tau)] \right. \\
& \left. + v_f \int_0^{\theta_2} d\tau_1 q(H_{10}) + v_f \tau_1 z(t-\tau-\tau_1) 1(t-\tau-\tau_1) \right\}. \quad (6.1)
\end{aligned}$$

Pošto se odredi $z(t)$, $y(t)$ je određeno jednačinom (4.14). Rešenje prednje integrodiferencijalne jednačine ćemo dobiti iznalazanjem originala lika $\bar{z}(p)$, kojeg smo već odredili. Za određenu funkciju $q(x)$, lik se može napisati u obliku

$$\bar{z}(p) = \delta k \frac{\psi(p)}{\psi_0(p)} \cdot \frac{1}{1 + [\psi_1(p) e^{-\theta_1 p} + \psi_2(p) e^{-(\theta_1 + \theta_2) p}] / \psi_0(p)}. \quad (6.2)$$

pri čemu su $\psi(p)$, $\psi_0(p)$, $\psi_1(p)$ i $\psi_2(p)$ polinomi. Za vrednosti p za koje je

$$\left| \frac{\psi_1(p) e^{-\theta_1 p} + \psi_2(p) e^{-(\theta_1 + \theta_2) p}}{\psi_0(p)} \right| < 1 \quad (6.3)$$

drugi razlomak možemo razviti u apsolutno konvergentni red, te imamo

$$\begin{aligned}
\bar{z}(p) = \delta k \frac{\psi(p)}{\psi_0(p)} \left\{ 1 - \frac{\psi_1(p) e^{-\theta_1 p} + \psi_2(p) e^{-(\theta_1 + \theta_2) p}}{\psi_0(p)} \right. \\
\left. + \left[\frac{\psi_1(p) e^{-\theta_1 p} + \psi_2(p) e^{-(\theta_1 + \theta_2) p}}{\psi_0(p)} \right]^2 - \dots \right\}. \quad (6.4)
\end{aligned}$$

Sada možemo naći original koji je oblika

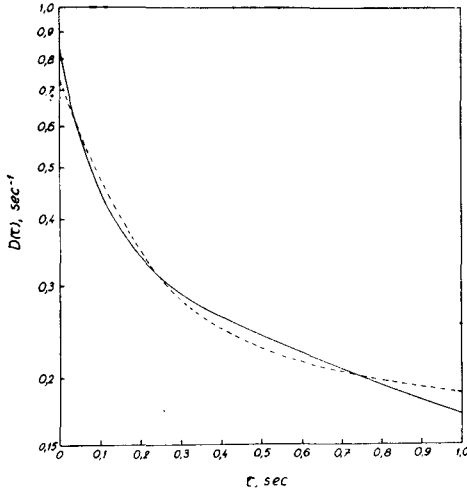
$$\begin{aligned}
z(t) = \delta k \{ z_{00}(t) + z_{10}(t - \theta_1) 1(t - \theta_1) + z_{01}(t - \theta_1 - \theta_2) 1(t - \theta_1 - \theta_2) \\
+ z_{20}(t - 2\theta_1) 1(t - 2\theta_1) + z_{11}(t - 2\theta_1 - \theta_2) 1(t - 2\theta_1 - \theta_2) + \\
+ z_{02}(t - 2\theta_1 - 2\theta_2) 1(t - 2\theta_1 - 2\theta_2) + \dots \}. \quad (6.5)
\end{aligned}$$

Pri tome su funkcije $z_{ik}(t)$ originali racionalnih likova pa njihovo iznalazjenje ne pretstavlja principijelnu teškoću.

Rešavanjem jednačine (6.1) na izloženi način, nalazimo relativnu promenu snage i toplotnog fluksa za željeni interval vremena. Da bi se izvukli zaključci iz ponašanja tih veličina, često je dovoljno uzeti samo prvu funkciju $z_{00}(t)$.

Pri iznalazjenju originala potrebno je racionalne likove razložiti u delimične razlomke, što zahteva iznalazjenje nula polinoma $\psi_0(p)$. Stepenn polinoma $\psi_0(p)$ je prema (4.39) i (4.41) jednak broju grupa zakasnelih neutrona više

7 za kosinusnu odnosno 4 za konstantnu raspodelu fluksa neutrona. Tako uzimanje 6 grupa zakasnelih neutrona za U^{235} čini priličnu teškoću. Interesantni interval vremena, nakon nastale promene ravnotežnog stanja, je relativno mali, pa ćemo funkciju $D(\tau)$ u tom intervalu aproksimirati sa svega dve grupe zakasnelih neutrona. Tako je prema jednačini (2.2)



Slika 6. 1. Aproksimacija funkcije $D(\tau)$. Puna linija je za 6 grupa zakasnelih neutrona za U^{235} a isprekidana za 2 grupe i to $\beta_1 = 0,00052$, $\beta_2 = 0,00703$, $\lambda_1 = 7 \text{ sec}^{-1}$ i $\lambda_2 = 0,26 \text{ sec}^{-1}$

$$D(\tau) = \frac{\beta_1}{\beta} \lambda_1 e^{-\lambda_1 \tau} + \frac{\beta_2}{\beta} \lambda_2 e^{-\lambda_2 \tau} \quad (6.6)$$

Uz uslov

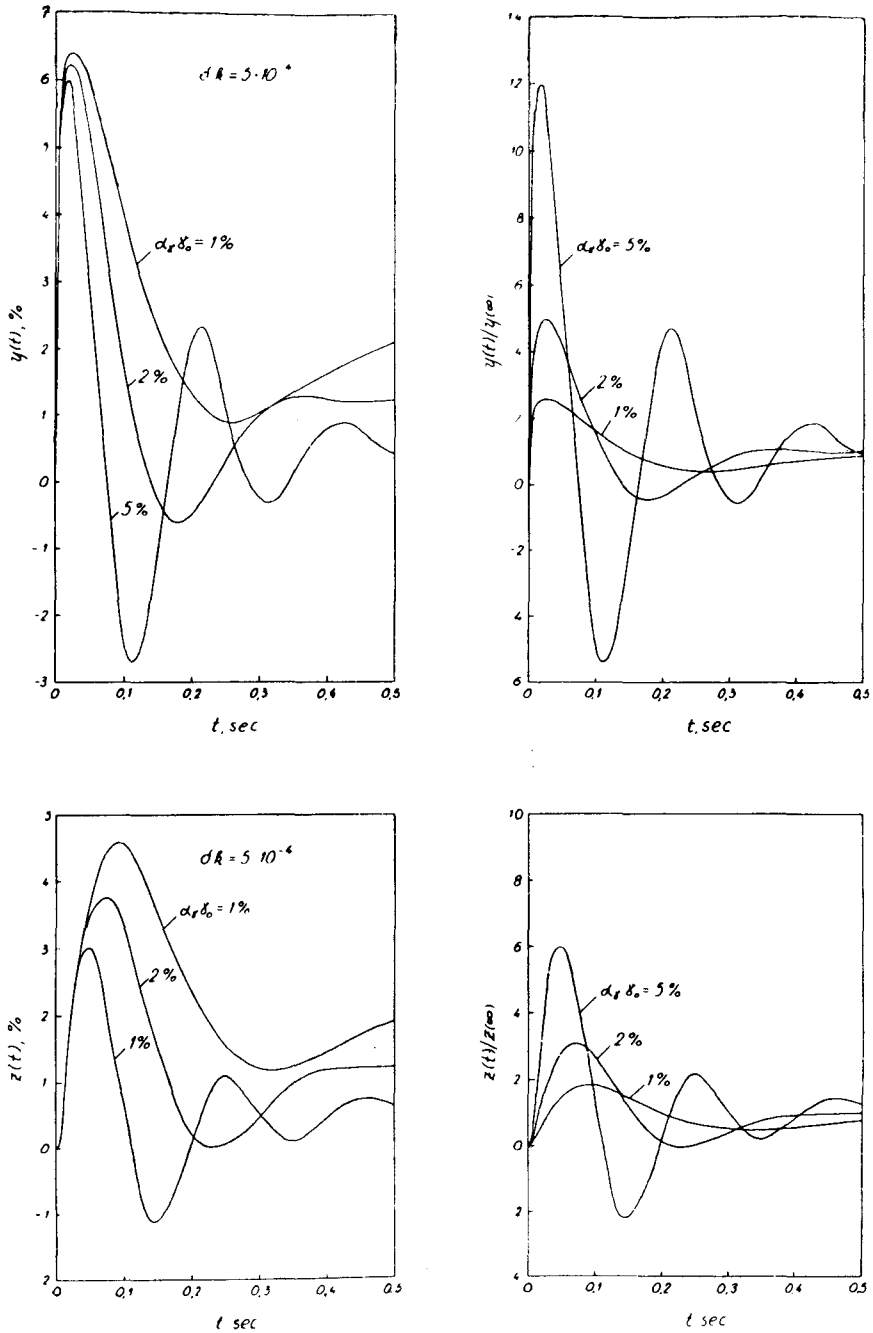
$$\beta_1 + \beta_2 = \beta. \quad (6.7)$$

imamo dakle mogućnost da približna kriva prodje kroz tri tačke stvarne krive. Uzeta aproksimacija do $\tau = 1 \text{ sec}$ prikazana je na slici 6. 1.

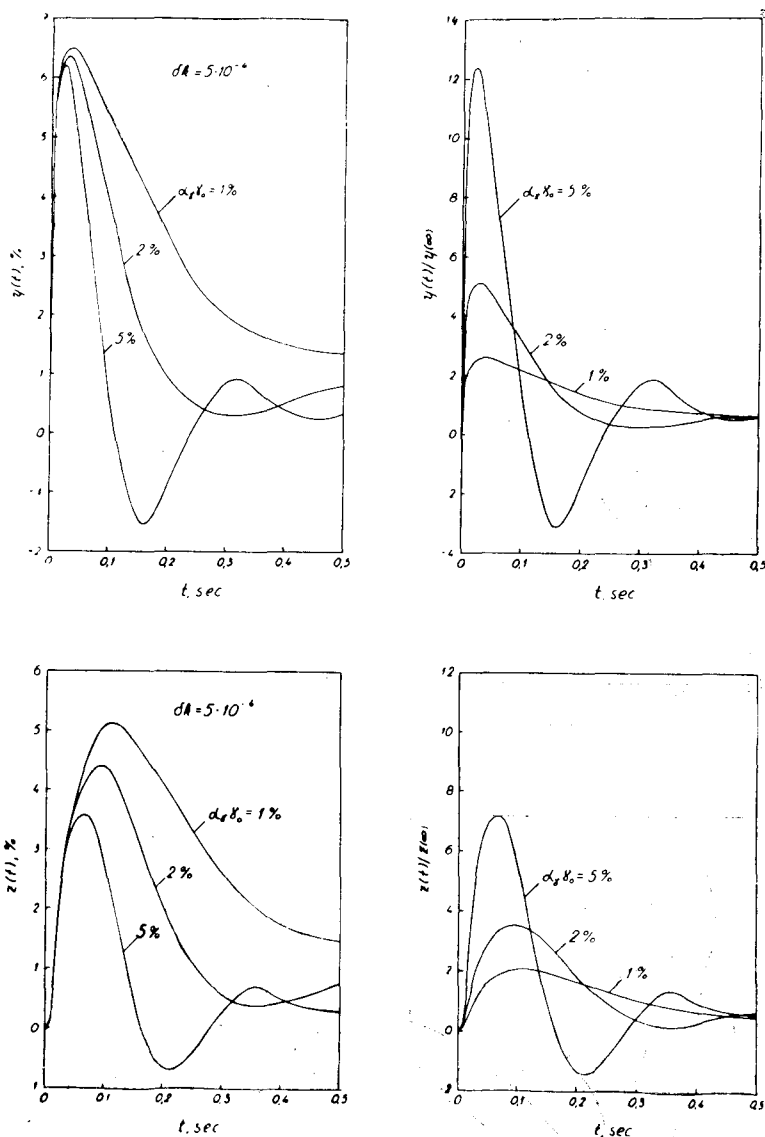
Pri analizi uticaja pojedinih parametara na fluktuacije snage i toplotnog fluksa zadržali smo se na slučaju konstantne raspodele fluksa neutrona ($H_e \rightarrow \infty$) uz raniji odnos $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, $H_{10} = 2H_{20}$ i vrednost $\alpha_T T_0/n = 10^{-4}$. Neki numerički rezultati prikazani su na slikama 6. 2, 6. 3 i 6. 4.

Pri izvlačenju zaključaka iz tih dijagrama treba imati u vidu dve vrste izvora uzroka narušavanja ravnotežnog stanja. Nametnute promene efektivnog faktora multiplikacije (šumovi) usled uzburkanosti moderatora pri određenim fluktuacijama gustine moderatora proporcionalne su zapreminskom koeficijentu reaktivnosti α_γ što sledi iz njegove definicije (4. 9). Pošto je $\alpha_T T_0/n \ll \alpha_\gamma \gamma_0$ to su prema jednačinama (5. 5) i (5. 6) odnosno (5. 7) granične vrednosti $y(\infty)$ i $z(\infty)$ približno nezavisne od α_γ pri određenom γ_0 . Prema tome, da bi fluktuacije snage i toplotnog fluksa usled uzburkanosti moderatora bile što manje, treba da funkcija $y(t)/y(\infty)$ odnosno $z(t)/z(\infty)$ imaju što manja odstupanja od nule, koja vrednost odgovara prvobitnom ravnotežnom stanju. S druge strane, da bi fluktuacije snage usled drugih uzroka narušavanja ravnotežnog stanja bile što manje, treba da su što manja odstupanja od nule funkcija $y(t)$ i $z(t)$ usled određene promene δk .

Prema dijagramima (6. 2) i (6. 3) vidimo da se u slučaju obične vode (l reda 10^{-5} sec) sa povećanjem $\alpha_\gamma \gamma_0$ prvi maksimumi funkcije $z(t)$ a naročito $y(t)$ malo smanjuju u poredjenju sa porastom preskoka funkcija $z(t)/z(\infty)$ i $y(t)/y(\infty)$. Glavne posledice povećanja $\alpha_\gamma \gamma_0$ su dakle povećanje fluktuacija snage i toplotnog fluksa usled uzburkanosti pri ključanju i smanjenje graničnih vrednosti pri određenom poremećaju δk . Da bi se izabrao kompromis pri izboru veličine α_γ potrebno je poznavati fluktuacije reaktivnosti usled jednih i drugih uzroka, no veće vrednosti $\alpha_\gamma \gamma_0$, na pr. oko 5% , jedva mogu imati

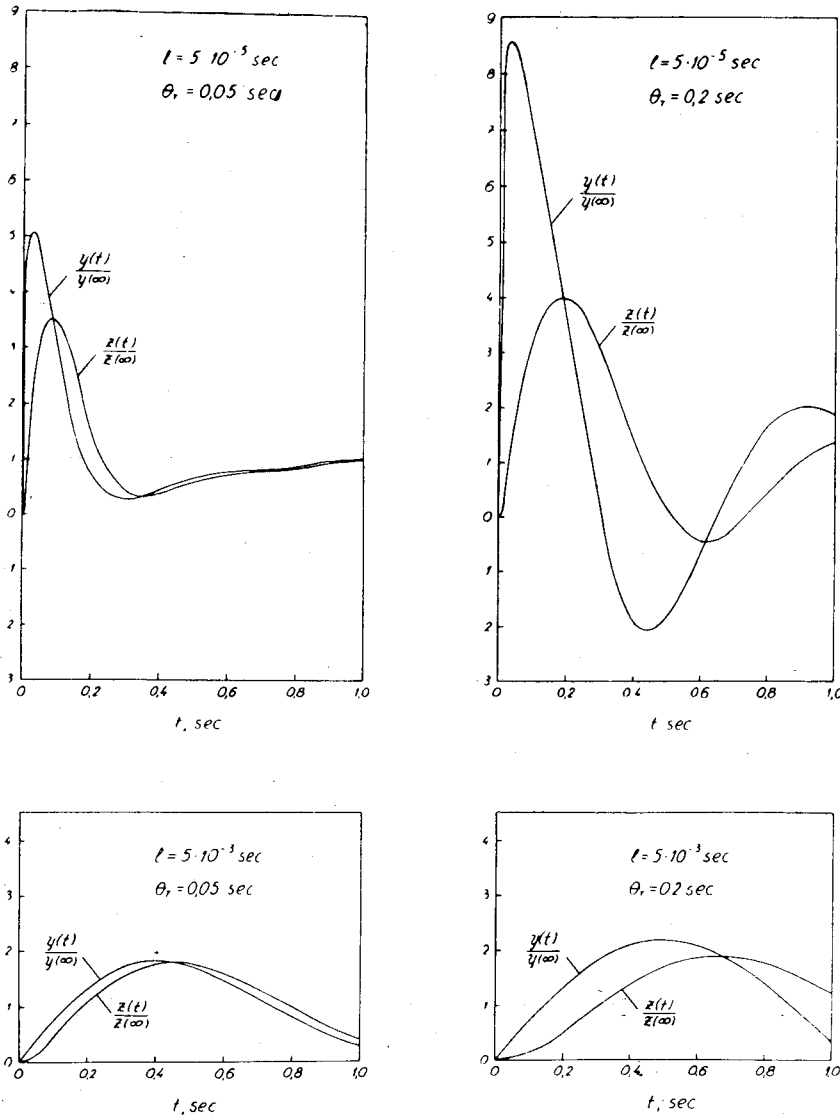


Slika 6. 2. Relativne promene snage i toplotnog fluksa za $\theta_T = 0,05 \text{ sec}$
 $\theta = 0,25 \text{ sec}$ i $l = 5 \cdot 10^{-5} \text{ sec}$



Slika 6.3. Relativne promene snage i toplotnog fluksa za $\theta_T = 0.05$ sec, $\theta = 0.05$ sec i $l = 5 \cdot 10^{-5}$ sec

svog opravdanja, mada te vrednosti u pogledu stabilnosti uglavnom ne čine teškoće. Ti dijagrami ilustruju još smanjenje vremena smirenja sa udaljenjem vrednosti parametara od nestabilne oblasti. Upoređenjem dijagrama koji se odnose na običnu vodu na slici 6.4 sa prethodnima, vidimo relativno veliki uticaj temperaturske vremenske konstante na preskoke, dok je uticaj vremena

Slika 6. 4. Relativne promene snage i toplotnog fluksa za $\theta = 0,5 \text{ sec}$ i $\alpha_{\gamma} \gamma_0 = 2^0/0$

proticanja kroz reaktor, izraženog preko θ , daleko manji. U svim razmatranim slučajevima maksimalna vrednost snage se postiže kod obične vode za oko 0,02 do 0,03 sec a toplotnog fluksa za oko 0,05 do 0,2 sec.

Prema dijagramima na slici 6. 4 vidimo da su pojave kod teške vode (l reda 10^{-3} sec) prilično drukčije. Pre svega preskoci funkcija $y(t)/y(\infty)$ i $z(t)/z(\infty)$ su daleko manji od onih kod obične vode za iste vrednosti vre-

menske konstante θ_T , mada je prema dijagramima na slikama 5.3 i 5.4 vrednost $\alpha_\gamma \gamma_0 = 20/0$ sasvim blizu granice stabilnosti. Tako kod teške vode izbor zapreminskog koeficijenta reaktivnosti α_γ nije od bitnog uticaja na fluktuacije snage usled uzburkanosti moderatora pri ključanju. Izbor α_γ ovde predstavlja kompromis izmedju zahteva stabilnosti, koji diktira relativno male vrednosti $\alpha_\gamma \gamma_0$ i željom za što manjim graničnim vrednostima $y(\infty)$ i $z(\infty)$ pri datoj promeni reaktivnosti, što zahteva veće vrednosti α_γ . U razmatranom intervalu uticaj vremenske konstante θ_T je relativno mali dok bismo za dosta veće vrednosti imali sličnu situaciju kao kod obične vode. Maksimalna snaga se dostiže za oko 20 puta doznije nego kod reaktora sa običnom vodom, dok relativna promena toplotnog fluksa zaostaje približno za θ_T iza relativne promene snage.

7. ZAKLJUČAK

U teoriskom tretiranju ovog problema neophodno je izvršiti izvesne aproksimacije, pošto je pojava veoma složena. Uvodeći neka uprošćenja, mi smo dali jednu aproksimaciju u tretiranju tog problema. Na pitanja koliko su te aproksimacije opravdane, u kom domenu pojedinih veličina, mogu li se uzeti grublje aproksimacije da bi se uprostila analiza ili ju je potrebno proširiti uzimajući u obzir i nešto od onog što je zanemareno, može se dati odgovor upoređivanjem naših rezultata sa eksperimentalnim opažanjima. Eksperimentalni podaci koji su dosad objavljeni nisu dovoljno detaljni da bi se to upoređivanje moglo izvršiti. Onako grubi podaci, koji se iz tih radova mogu izvući, su u skladu sa našim rezultatima kao i smisao uticaja promene nekih parametara. Smatramo da ovo tretiranje daje bar kvalitativne podatke o smislu uticaja karakterističnih parametara i bazu za eventualnu dalju modifikaciju ovog tretiranja problema, ako se za to ukaže potreba. U tehnici reaktora teorisko razmatranje tog problema je važno zbog toga, što su druge alternative rešavanja dosta skupi eksperimenti ili rešavanje na ovaj način matematički formalisanog problema matematičkim mašinama, za koje ovakve jednačine predstavljaju veoma složene zadatke. Sa uvedenim uprošćenjima tretiranje ovog sistema sa povratnom spregom vrši se na način koji nije stran inženjerima koji se bave problemima kontrole.

Iz dobijenih rezultata se vidi da ovaj reaktor može da bude nestabilan i da, unutar granica tehnički razumnih vrednosti pojedinih parametara, postoji za praktične potrebe dovoljno velika oblast u kojoj je reaktor stabilan. Granice oblasti stabilnosti date su na dijagramima koji omogućuju dobar pregled uticaja pojedinih parametara na stabilnost. Iz njih se nalaze granične vrednosti prividnog smanjenja reaktivnosti usled stvaranja pare, iznad kojih nastaju neprihvatljive oscilacije. Naročito je upadljiva razlika između reaktora na običnu vodu i na tešku vodu. Za iste vrednosti ostalih parametara, reaktor na tešku vodu pokazuje veće sklonosti ka oscilacijama.

Analizom promene snage i toplotnog fluksa na površini grejnih elemenata usled nagle promene reaktivnosti, dobijamo informacije o fluktuacijama tih veličina usled fluktuacija reaktivnosti. Kako se može i očekivati, preskoci tih veličina u odnosu na granične (asimptotske) vrednosti su mnogo manje kod

teške vode nego u slučaju obične vode. Kod obične vode brzine proticanja tečnosti i pare uglavnom utiču na granicu stabilnosti a manje na veličinu preskoka snage i toplotnog fluksa. Pri istim vrednostima temperaturske vremenske konstante uticaj njene promene je dosta manji kod teške vode nego kod obične. To pokazuje da su uvedene aproksimacije u vezi termičkih pojava u reaktoru više opravdane ako je moderator teška voda. Iz dobijenih podataka može se izvući zaključak da je u slučaju teške vode pri izboru zapreminskog koeficijenta reaktivnosti α_γ presudna relativno niska granica do koje se može ići a da se ostane u oblasti stabilnosti. U slučaju obične vode oblast stabilnosti je prilično velika, ali se za veće vrednosti prividnog smanjenja reaktivnosti usled stvaranja pare, dobijaju prilično veliki preskoci. Otuda drugo ograničenje za zapreminski koeficijent reaktivnosti α_γ kod obične vode: pošto se maksimalne vrednosti promene snage u toplotnog fluksa usled date promene faktora multiplikacije relativno malo smanjuju sa povećanjem α_γ , a preskoci u odnosu na granične vrednosti u odgovarajućoj meri rastu, to veće vrednosti α_γ uglavnom nemaju svog opravdanja. Pri tome treba imati u vidu da su granične vrednosti promene snage i toplotnog fluksa usled određene promene gustine moderatora približno nezavisne od zapreminskog koeficijenta reaktivnosti α_γ .

Neki konkretniji, numerički podaci mogu se naći iz priloženih dijagrama koji ilustruju dobijene rezultate u izvesnom domenu pojedinih parametara.

S U M M A R Y

CONTRIBUTIONS TO THE KINETICS OF THE BOILING WATER REACTORS

by

Antun Kirhenmajer

Accepting some simplifications, in this paper is treated a boiling water reactor which would have the following main properties: the relative change of the power density $y(t) = [P(t) - P_0]/P_0$ and the relative change of the heat flux crossing the surface of the fuel elements $z(t)$ are independent of the space variables, the velocity of the steam bubbles is independent of the space variables and time. This system is treated for small power changes. Thus we have a feedback system given in Fig. 4. 2.

The reluts of the stability considerations for some cases are given in Fig. 5. 3 and 5. 4. In these diagrams we find the values of α_γ γ_0 below which the reactor is stable.

The power and heat flux relative changes for step reactivity change δk and for uniform neutron flux ($H/H_e = 0$) are given in Fig. 6. 2, 6. 3 and 6. 4.

All numerical results are given for the special case $H_{10} = 2H_{20}$ and $H_{10}(v_g = H_{20}) v_f = \theta$. The meaning of some symbols can be seen from Fig 2. 1, 4. 1 and 4. 3. H_{10} is the average height of the boiling region, H_{20} is the average height of the subcooled region, $H_{10} + H_{20} = H$ the height of the reactor core, v_f the average velocity of the subcooled water in the reactor core, v_g

the average velocity of the steam bubbles in the reactor core, α_γ the negative steam void coefficient of reactivity as in (4. 6), γ_0 the average steam voids fraction in total moderator, θ_T the average heat transfer time constant in (4. 22), l the neutron lifetime.

LITERATURA

- [1] *S. Untermayer*, Direct Steam Generation for Power, *Nucleonics*, **12**, 7, 43 (1954).
- [2] *J. R. Dietrich*, H. V. Lichtenberger and W. H. Zinn, Design and Operating of a Prototype Boiling Water Power Reactor, referat P/851 na Ženevskoj konferenciji za mirnodopsku upotrebu atomske energije 1955 god.
- [3] *J. R. Dietrich*, Experimental Determination of the Self—Regulation and Safety of Operating Water—Moderated Reactors, referat P/481 na Ženevskoj konferenciji za mirnodopsku upotrebu atomske energije 1955 god.
- [4] *J. M. Harter*, *A. S. Jameson* and *J. M. West*, The Engineering Design of a Prototype Boiling Water Reactor Power Plant, referat P/497 na Ženevskoj konferenciji za mirnodopsku upotrebu atomske energije 1955 god.
- [5] *A. M. Weinberg* and *W. K. Ergen*, Some Aspects of Non-Linear Reactor Kinetics, Proceedings of the Kjeller Conference on Neavy Water Reactors, Jener Publications № 7 (1953) ili *Physica*, **20**, 413 (1954).
- [6] *T. A. Welton*, Kinetics of Stationary Reactor Systems, referat P/610 na Ženevskoj konferenciji za mirnodopsku upotrebu atomske energije 1955 god.
- [7] *J. Macphee*, How to Control a Boiling Reactor, *Nucleonics*, **13**, 12, 42 (1955).
- [8] *H. Hurwitz*, Derivation and Integration of the Pile—Kinetic Equations *Nucleonics*, **5**, 7, 61 (1949).
- [9] *P. A. Lottes*, Boiling Studies at Argonne Relative to Boiling Reactors, Proceedings, 1955 Conference on Nuclear Engineering, University of California, Los Angeles, (California Book Co. Ltd., Berkely).
- [10] *Gröber, Erk, Grigull*, Die Grudgesetze der Wärmeübertragung, (Springer—Verlag, Berlin, 1955).
- [11] *P. C. Zmola* and *R. V. Bailey*, Power Removal from Boiling Nuclear Reactors, *Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs.*, **78**, 4, 881, (1956).
- [12] *G. Doetsch*, Handbuch der Laplace—Transformation, Band I, (Verlag Birkhäuser Basel 1950).
- [13] *D. Mitrović*, Conditions graphiques pour que toutes les racines d'une équation algébrique soient à parties réelles négatives, *Comptes rendus*, **240**, 1177, (1955).

OZNAKE KOJE SE ČEŠĆE JAVLJAJU

$f = \omega/2\pi$	
$F(t)$	vremenski faktor snage reaktora
$G(t)$	vremenski faktor toplotnog fluksa na površini grejnih elemenata
h_{fg}	toplota isparavanja tečnosti
H	visina aktivnog dela reaktora
$H_1(t)$	srednja visina oblasti ključanja ($\delta H_1(t) = H_1(t) - H_{10}$)
$H_2(t) = H - H_1(t)$	srednja visina oblasti u kojoj je tečnost pothladjena
H_{10} i H_{20}	visine H_1 i H_2 u ravnotežnom stanju na predviđenom nivou snage
H_e	ekstrapolisana visina reaktora (slika 4. 3)
$k(t)$	efektivni faktor multiplikacije $\cdot \left(\frac{k(t)-1}{k(t)} \approx k(t) - 1 \text{ reaktivnost} \right)$
δk	nametnuta reaktivnost (nagla promena efektivnog faktora multiplikacije)
$\delta k_\alpha(t)$	deo reaktivnosti ostvaren uticajem promene temperature goriva i promenom zapremine pare u aktivnom delu reaktora
l	srednji život neutrona
n	eksponent u izrazu za toplotni fluks (CT^n)
p	kompleksna promenljiva
$q(x)$	srednji podužni toplotni protok na površini grejnih elemenata na visini x u ravnotežnom stanju na predviđenom nivou snage
$Q(x) = \int_0^x q(x) dx$	
t	vreme
T	razlika temperature površine grejnog elementa i temperature zasićene pare na toj visini
T_0	srednje T u ravnotežnom stanju na predviđenom nivou snage
v_f	srednja brzina tečnosti u pothladjenoj oblasti
v_g	srednja apsolutna brzina mehurića pare
$V_g(t)$	zapremina pare u aktivnom delu reaktora ($\delta V_g(t) = V_g(t) - V_{g0}$)
V_{g0}	zapremina V_g u ravnotežnom stanju na predviđenom nivou snage
V_m	zapremina moderatora (mešavine pare i tečnosti)
$W(p) = 1/Y_z(p)$	
x	koordinata prema slici 2. 1
$y(t)$	relativna promena snage usled δk u odnosu na ravnotežno stanje (4. 2)
$Y_R(p), Y_T(p), Y_\alpha(p), Y_z(p)$ i $Y_y(p)$	prenosi određeni jednačinama (4. 21), (4. 22), (4. 30), (4. 31) i (4. 32) respektivno
$z(t)$	relativna promena toplotnog fluksa na površini grejnih elemenata usled δk u odnosu na ravnotežno stanje (4. 4)
$\alpha_T = -\frac{\partial k}{\partial T} \Big _{T=T_0, \gamma=\gamma_0}$	temperaturski koeficijent reaktivnosti (usled promene temperature goriva)
$\alpha_\gamma = -\frac{\partial k}{\partial \gamma} \Big _{\gamma=\gamma_0, T=T_0}$	zapreminski koeficijent reaktivnosti
$\alpha_\gamma \gamma_0$	prividno smanjenje reaktivnosti usled stvaranja pare (slika 4. 1)
$\beta = \sum_i \beta_i$	

β_i	odnos broja zakasnelih neutrona i -te grupe prema ukupnom broju neutrona iz jedne fisije
$\Upsilon = V_g/V_m$	
$\Upsilon_o = V_{go}/V_m$	
θ	specijalan slučaj kad je $\theta_1 = \theta_2 = \theta$
$\theta_1 = H_{10}/v_g$	
$\theta_2 = H_{20}/v_f$	
θ_T	toplotna vremenska konstanta (2. 24)
λ_i	konstanta raspada i -te grupe zakasnelih neutrona
ρ_g	srednja gustina pare
$\varphi_1 = \pi H_{10}/H_e$	
$\varphi_2 = \pi H_{20}/H_e$	
ω	kružna frekvencija pri $p = j\omega$

SADRŽAJ

	Strana
1. Uvod	1
2. Svodjenje na funkcije nezavisne od prostora	2
3. Promena zapremine pare u aktivnom delu reaktora	7
4. Spregnuti prenos reaktora	11
5. Stabilnost reaktora	18
6. Promene snage i toplotnog fluksa usled nagle promene reaktivnosti	24
7. Zaključak	30
Literatura	32
Oznake koje se češće javljaju	33