

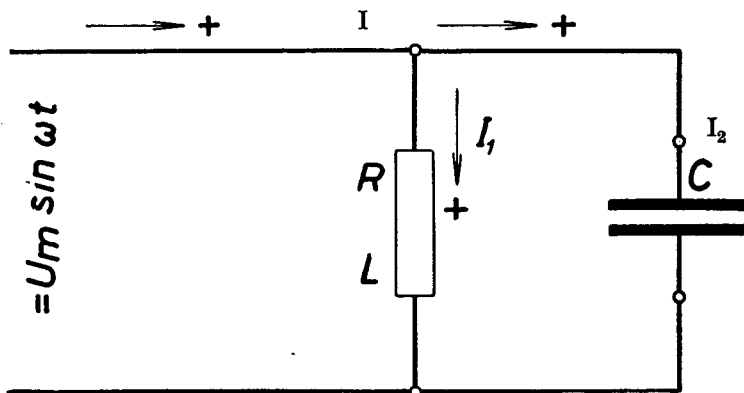
ШТА СЕ ДЕШАВА, ПРИ ФАЗНОЈ АНТИРЕЗОНАНЦИЈИ, У КОЛУ КОЈЕ ОБРАЗУЈУ ИНДУКТИВНИ ПРИЈЕМНИК И КОНДЕНСАТОР У ПАРАЛЕЛНОЈ ВЕЗИ

Миограј Н. Ранојевић

Када између фазне брзине (кружне учестаности) ω напона на крајевима кола (сл. 1) и карактеристика кола R , L и C постоји однос

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

онда су реактивне проводности паралелних грана једнаке и имају супротне знаке ($B_2 = -B_1$), еквивалентна реактивна проводност кола једнака је нули



Сл. 1.

($B_e = B_1 + B_2 = 0$), а еквивалентна адмитанса (привидна проводност) кола има најмању вредност, једнаку активној проводности G_1 гране у којој је индуктивни пријемник

$$Y_e = \sqrt{G_e^2 + B_e^2} = G_e = G_1,$$

јер је активна проводност G_2 гране у којој је кондензатор једнака нули.

Струја I у главној грани кола

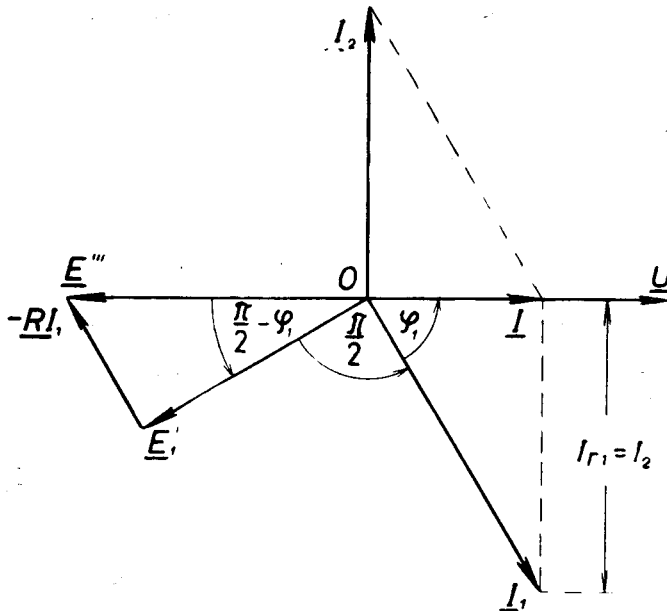
$$I = Y_e U = G_1 U$$

има тада најмању вредност и у фази је са напонам на крајевима кола, јер је тада

$$\varphi = -\arctg \frac{B_c}{G_e} = 0.$$

Када наступи овај случај, кажемо да у колу имамо фазну антирезонанцију.

На слици 2 нацртан је фазорски дијаграм струја за овај случај, а нацртани су и фазори који претстављају емс самоиндукције E_1 , електро-



Сл. 2

отпорну силу $-RI_1$ и емс кондензатора E'' , рачунате према позитивним смеровима у колу.

Ако струју I_1 у индуктивном пријемнику разложимо на активну и реактивну компоненту

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = G_1 U, \quad I_{r1} = I_1 \sin \varphi_1 = B_1 U,$$

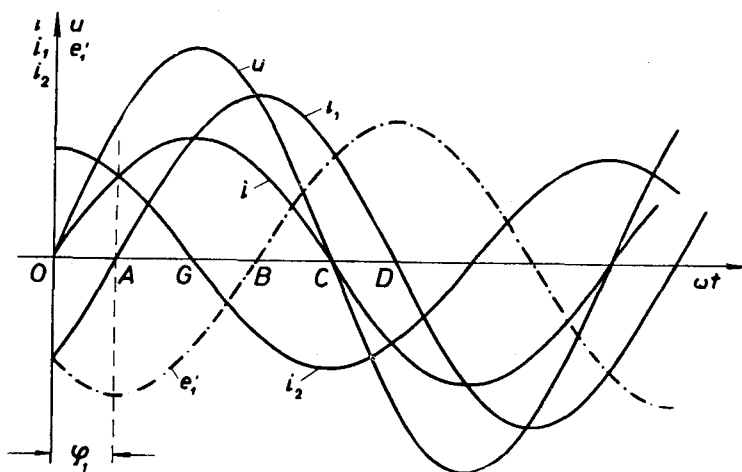
видимо да је ефективна вредност струје у главној грани I једнака ефективној вредности активне компоненте струје I_1 , а ефективна вредност струје у грани са кондензатором I_2 једнака ефективној вредности реактивне компоненте струје I_1 .

Снага извора (снага на крајевима кола) $p = ui = U_m I_m \sin^2 \omega t = UI (1 - \cos 2\omega t)$ је стално позитивна, што значи да извор непрекидно даје колу електрични рад. При томе је средња снага извора $P = UI$ једнака средњој снази (активној снази) индуктивног пријемника $P_1 = UI_1 \cos \varphi_1$

и привидна снага (односно, реактивна снага) кондензатора $S_2 = Q_2 = UI_2 = UI_2 \sin \pi/2$ једнака реактивној снази индуктивног пријемника $Q_1 = UI_1 \sin \varphi_1$.

На основу ових резултата, појаве у колу, при фазној антирезонанцији, можемо објаснити овако: струја извора I (струја у главној грани кола) сачињава активну компоненту струје I_1 , а струја I_2 у грани са кондензатором сачињава реактивну компоненту струје I_1 . Електрични рад који извор одаје колу непосредно се претвара, кроз неповратне процесе у пријемнику, у неки други рад и енергију и истовремено се врши наизменично претварање магнетне енергије пријемника у електростатичку енергију кондензатора и, затим, електростатичке енергије кондензатора у магнетну енергију пријемника.

У једном ранијем чланку*) смо показали да је разлагање наизменичних величина на компоненте чисто математичка операција и да компоненте физички не постоје. Компоненте наизменичних величина су математички појмови, исто као и ефективне и средње вредности наизменичних



Сл. 3

величина. Помоћу њих не можемо објашњавати појаве у колима, јер ћемо добити нестварну слику. Оне нам могу послужити само при одређивању неког резултата.

Пример који смо узели у разматрање показаће нам колика је разлика између онога што се стварно дешава у колу и тумачења које смо добили на основу ефективних и средњих вредности наизменичних величина и компонента струје I_1 .

Да би проучили шта се дешава у овом колу при фазној антирезонанцији, посматраћемо тренутне вредности, које су праве физичке величине. Зато су на сликама 3 и 4 нацртане криве које приказују промене, у

*) О природи компонента наизменичних величина у теорији наизменичних струја, Публикације Електротехничког факултета у Београду; серија Математика и Физика № 4 (1956).

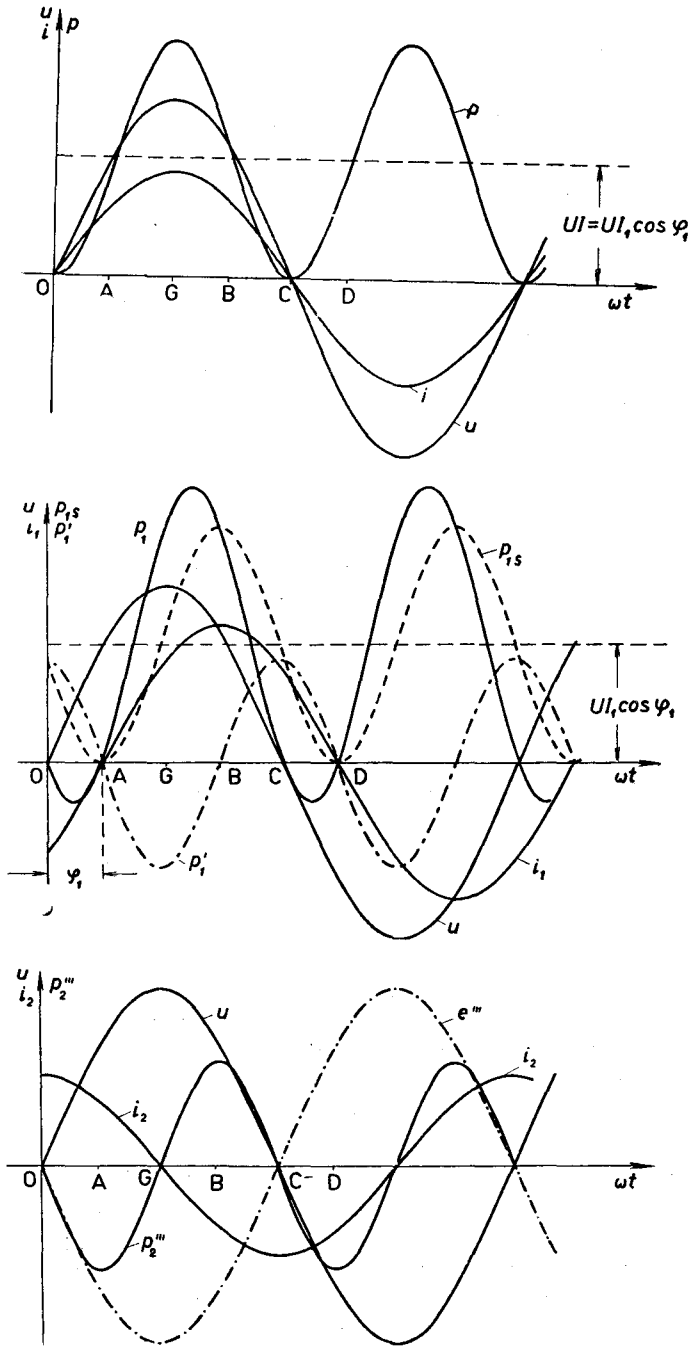
зависности од ωt , ових величина: напона u , емс самоиндукције e'_1 у индуктивном пријемнику, струја i , i_1 и i_2 , снаге извора $p=ui$, снаге $p_1=ui_1$ којом се врши измена електричног рада између гране са индуктивним пријемником и осталих грана кола, снаге p'_1 коју развија емс самоиндукције e'_1 , снаге p_{1s} коју развија резултантна емс $e_s=u+e'_1$ у грани са индуктивним пријемником, а то је снага којом се обављају неповратни процеси у пријемнику, емс кондензатора e''' и снаге p_2''' коју развија емс e''' . У посматраном примеру је $\cos \varphi_1=0,75$, тј. $\varphi_1=41^{\circ}25'$.

Посматрањем слике 4 видимо да крива снаге извора p и крива снаге p_{1s} имају исти облик и исту средњу вредност, али да су фазно померене за φ_1 . Одавде закључујемо да се електрични рад који колу одаје извор *не претвара нејосредно*, кроз неповратне процесе у пријемнику, у неки други рад и енергију, као што то произилази из тумачења које смо добили на основу ефективних и средњих вредности наизменичних величина и компонента струје I_1 . Исто тако није тачан ни остатак овог тумачења, наиме, *не врши се наизменично претварање* магнетне енергије пријемника у електростатичку енергију кондензатора, односно, електростатичке енергије кондензатора у магнетну енергију пријемника јер, ма да синусоиде снага p'_1 и p_2''' имају исте амплитуде, оне нису међусобно померене за π .

Погледајмо сада шта се стварно дешава у колу. У тренутку означеном тачком A на апсцисној оси (сл. 3) емс самоиндукције e'_1 има исту вредност као напон u , али супротни знак. У том тренутку резултантна емс e_s у грани са индуктивним пријемником је једнака нули, те је и струја i_1 у тој грани једнака нули. Струја i у главној грани и струја i_2 у грани са кондензатором имају исту вредност и исти знак. У овом тренутку то је, уствари, једна иста струја. Напон u је тада у статичкој равнотежи са емс самоиндукције e'_1 и у динамичкој равнотежи са емс кондензатора e''' . Извор оптерећује кондензатор. Зато у том тренутку снага извора p има исту вредност као снага p_2''' , али супротни знак (сл. 4).

У интервалу од A до G емс самоиндукције e'_1 има супротни знак од струје i_1 , која се у овом интервалу повећава, а емс e''' супротни знак од струје i_2 . У том интервалу струје i_1 и i_2 имају позитивне смерове. Њих одржава напон u , савлађујући емс e'_1 и e''' , а и електроотпорну силу $e''=-Ri_1$ у грани са индуктивним пријемником. У овом интервалу је стално $i=i_1+i_2$. Један део електричног рада извора се претвара, кроз неповратне процесе у пријемнику, у неки други рад и енергију, други део електричног рада извора се претвара у магнетну енергију пријемника, а трећи део електричног рада извора се претвара у електростатичку енергију кондензатора. Снаге које развијају емс e'_1 и e''' су у овом интервалу негативне, а снага p_{1s} је позитивна. У тачки G је завршено оптерећивање кондензатора.

У интервалу од G до B кондензатор се растерећује и електростатичка енергија кондензатора се претвара у електрични рад емс e''' . Струју i_2 , која је негативна, одржава емс кондензатора e''' . Струју i_1 сачињавају струје



Сл. 4

i и i_2 , тако да се има $i_1 = i + i_2$. Снага коју развија емс e''' је позитивна, а снага коју развија емс e'_1 је негативна. Електрични радови извора и емс кондензатора се претварају у магнетну енергију пријемника и, кроз неповратне процесе у пријемнику, у неки други рад и енергију. У тачки B струја i_1 има максималну вредност те, у том тренутку, и магнетна енергија пријемника има максималну вредност.

У интервалу од B до C наставља се растеређивање кондензатора. Струју i_2 , која је и сада негативна, одржава емс кондензатора e''' . Снага p_2''' коју развија емс кондензатора је позитивна. И у овом интервалу је $i_1 = i + i_2$ с тим што се она сада смањује. У одржавању струје i_1 учествује сада и емс самоиндукције e'_1 . При томе e'_1 врши електрични рад који иде на рачун магнетне енергије, која се сада смањује. Снага p_1' коју развија емс e'_1 је позитивна. Једина електроотпорна сила у колу је сада $e'' = -Ri_1$. Електрични радови извора, емс самоиндукције e'_1 и емс кондензатора e''' претварају се, кроз неповратне процесе у пријемнику, у неки други рад и енергију. На крају овог интервала завршено је растеређивање кондензатора.

У интервалу од C до D струја i_1 је позитивна, а струје i и i_2 негативне. Струју i_1 одржава само емс самоиндукције e'_1 , вршећи електрични рад на рачун магнетне енергије пријемника, те је снага p_1' позитивна. У овом интервалу се кондензатор оптерећује. Струју i_2 сачињавају струје i и i_1 , тако да се има $i_2 = i + i_1$. Пошто је снага p_1' коју развија емс самоиндукције већа од снаге p_{1s} којом се обављају неповратни процеси у пријемнику, један део електричног рада емс e'_1 се претвара, кроз неповратне процесе, у неки други рад и енергију, а остатак електричног рада емс e'_1 се претвара, заједно са целим радом извора, у електростатичку енергију кондензатора. На крају овог интервала је струја i_1 једнака нули, те је једнака нули и магнетна енергија пријемника. У колу имамо исто стање као и у тачки A .

Интервал од A до D односи се на половину периоде струје i_1 . У наредним полупериодама струје i_1 све се понавља истим редом.

Као што се из овог излагања види, појаве у колу су знатно сложеније него што нам казује тумачење које смо добили на основу ефективних и средњих вредности наизменичних величина и компонената струје I_1 . Зато не треба вршити оваква тумачења појава.

Међутим, ако одредимо електрични рад који се, кроз неповратне процесе у пријемнику, претвори у неки други рад и енергију у току половине периоде струје I_1 , или целе периоде струје I_1 , наиме $A_{1s} = P_{1s}T = UI_1T \cos \varphi_1$ видимо да је он једнак електричном раду који у истом интервалу изврши извор: $A = UIT$, јер је $I = I_1 \cos \varphi_1$. Ово је у складу са чињеницом да се разлагањем наизменичних величина на компоненте добива математичка еквивалентност (не физичка), а математичка еквивалентност баш значи да је крајњи резултат исти посматрали компоненте или величине које су разложене.

По себи се разуме, да је ово тачно само онда када је резултат одређен за временски интервал који је у складу са интервалима за које су одређене ефективне и средње вредности. Јер, ако, у горњем примеру, одредимо електрични рад који се, кроз неповратне процесе у пријемнику, претвори у неки други рад и енергију за временски интервал који није једнак целом броју полупериода струје I_1 онда он неће бити једнак електричном раду који, у том истом интервалу, изврши извор. У том случају не постоји ни математичка еквивалентност.

15 јуна 1957 год.

R É S U M É

QUE SE PASSE-T-IL, DANS LE CAS DE L'ANTIRÉSONANCE PHASIQUE DANS UN CIRCUIT CONSTITUÉ PAR UN RÉCEPTEUR INDUCTIF ET UN CONDENSATEUR EN PARALLÈLE?

M. N. Ranojević

On dit qu'il y a antirésonance phasique (imparfaite) dans le circuit représenté par la fig. 1 lorsque entre la fréquence circulaire de la tension aux bornes du circuit et les grandeurs caractéristiques de ce circuit existe la relation $\omega = \sqrt{1/LC - R^2/L^2}$.

Dans ces conditions la conductance réactive équivalente du circuit B_e est nulle, tandis que son admittance équivalente a la valeur minima, égale à la conductance active G_1 de la branche contenant le récepteur: $Y_e = \sqrt{G_e^2 + B_e^2} = G_1$; ceci du fait que la conductance active G_2 de la branche contenant le condensateur est nulle. Le courant dans la branche principale $I = Y_e U = G_1 U$ a également la valeur minima et est en phase avec la tension, puisque $\varphi = -\arctg B_e/G_e = 0$.

Le diagramme vectoriel (fig. 2), qui correspond à ce cas de l'antirésonance phasique ne contient pas seulement les vecteurs-courants, mais aussi les vecteurs représentant les diverses, forces électriques en jeu: de self-induction E'_1 , de résistance $-RI_1$ et de capacité E'' , toutes comptées suivant le sens positif adopté sur le circuit.

La décomposition du courant I_1 en I_{a1} et I_{r1} , qui s'écrivent: $I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = G_1 U$, $I_{r1} = I_1 \sin \varphi_1 = B_1 U$, fait bien voir que le courant I dans la branche principale est égal à la composante active du courant I_1 , et que le courant I_2 dans le condensateur est égal à la composante réactive de ce même courant I_1 . Telles sont les relations entre les valeurs effectives des divers courants.

La puissance variable de la source $p = ui = UI (1 - \cos 2\omega t)$ est constamment positive, ce qui veut dire que la source fournit continuellement du travail au circuit. Sa puissance moyenne $P = UI$ se trouve être égale à la puissance active $P_1 = UI_1 \cos \varphi_1$ du récepteur inductif, dont la puissance réactive $Q_1 = UI_1 \sin \varphi_1$ est, d'autre part, égale à la puissance apparente $S_2 = Q_2 = UI_2$ du condensateur.

D'après ces résultats, les phénomènes dans le circuit, dans le cas de l'antirésonance phasique, pourraient s'interpréter ainsi: le courant I de la source constitue la composante active et le courant I_2 dans le condensateur la composante réactive du courant I_1 dans récepteur inductif. Le travail électrique fourni par la source au circuit est transmis directement au récepteur inductif et y est immédiatement transformé en chaleur. D'autre part, il y a, alternativement, transformation intégrale de l'énergie magnétique du récepteur en l'énergie électrostatique du condensateur et de celle-ci en celle-là.

Suivant l'opinion de l'auteur, cette interprétation physique des résultats du calcul est inadmissible, le calcul étant basé sur les valeurs effectives et moyennes des grandeurs alternatives et sur la considération des composantes du courant I_1 , notions mathématiques (grandeurs artificielles) les unes et les autres, non pas grandeurs physiques réellement existantes. L'auteur se réfère à un écrit antérieur¹⁾ dans lequel il a montré qu'on ne peut interpréter les phénomènes au moyen de ces notions mathématiques, propres à donner seulement des résultats finals.

Pour connaître ce qui se passe réellement dans le circuit en question, il faut considérer les valeurs instantanées des grandeurs alternatives, valeurs qui seules sont véritablement physiques. A cette fin l'on a tracé (fig. 3 et 4) les courbes qui représentent la variation, en fonction de ωt , des grandeurs suivantes: tension u , (f.-em.) de self-induction e_1 , courants i , i_1 et i_2 , puissance de la source $p = ui$, puissance $p_1 = ui_1$ avec laquelle se fait l'échange du travail électrique entre la branche contenant le récepteur et les autres branches du circuit, puissance p_1' développée par la f.-ém. de self-induction e_1' , puissance p_{1s} avec laquelle se fait la transformation du travail électrique en chaleur dans le récepteur, f.-ém. du condensateur e''' et, enfin, puissance p_2''' développée par e''' .

Examinant la fig. 4, l'auteur conclut qu'il n'y a pas transformation directe du travail électrique de la source en chaleur, attendu que la puissance p de la source et la puissance p_{1s} du récepteur ne sont pas en concordance de phase, quoiqu'ayant les mêmes valeurs maximales et moyennes. Il n'y a pas, non plus, transformation directe d'énergie magnétique en énergie électrostatique et vis-et-versa, car les puissances p_1' et p_2''' , de même amplitude, il est vrai, ne sont pas en opposition de phase. Il devient clair, par là, que l'interprétation des phénomènes au moyen des valeurs efficaces et moyennes et des composantes des grandeurs alternatives est erronée.

L'auteur analyse ensuite, de façon détaillée, les phénomènes et expose ce qui se passe en réalité dans le circuit. Il ressort de son exposé qu'en dehors de la transformation du travail de la source en chaleur et de l'oscillation de l'énergie entre le récepteur et le condensateur, il y a également ceci: transformation du travail de la source en énergie électrostatique dans le condensateur (intervalles de A à G et de C à D), transformation du travail de la source en énergie magnétique dans le récepteur (intervalle de A à B) et, enfin, transformation de l'énergie magnétique du récepteur en chaleur dans le récepteur.

Le fait que le travail A_{1s} ($= P_{1s}T = UI_1T \cos \varphi_1$) transformé en chaleur dans le courant d'une période du courant I_1 est égal au travail A effectué en cet espace de temps par la source ($A = PT = UIT$), l'auteur explique ainsi: la décomposition des grandeurs alternatives en leurs composantes fournit une *équivalence mathématique* qui signifie que le *résultat final* est exactement le même que l'on considère les composantes des grandeurs ou ces grandeurs elles-mêmes.

Cependant, l'auteur fait remarquer que le résultat final est bien le même seulement dans le cas où l'intervalle de temps considéré est un multiple entier de l'intervalle pour lequel ont été calculées les valeurs efficaces et moyennes. En effet, si dans l'exemple traité nous déterminons le travail électrique transformé en chaleur en un laps de temps qui n'est pas égal à un nombre entier de demi-périodes du courant I_1 , ce travail ne sera pas égal au travail fourni par la source dans le même intervalle. Dans ce cas il n'y a donc pas d'équivalence mathématique, la méthode basée sur les valeurs efficaces et moyennes est en défaut.

¹⁾ Sur la nature des composantes des grandeurs alternatives dans la théorie des courants alternatifs. — Publication de la Faculté d'Electrotechnique de l'Université de Belgrade — Série Mathématique et Physique, № 4 (1956)