

**ПОРЕЂЕЊЕ ЈЕДИНИЦА  
СИСТЕМА СА ТРИ И ЧЕТИРИ ОСНОВНЕ ЈЕДИНИЦЕ**

*Миодраг Н. Ранојевић*

Подељена су мишљења електротехничара и физичара о томе који однос постоји између јединица Ђорђијевог или МКСА система, дефинитивно усвојеног у Електротехници, и јединица првобитних система: апсолутног електростатичког CGS и апсолутног електромагнетног CGS.

Ово питање је разматрано више пута у међународним организацијама али, до данас није добило дефинитивно решење. У Међународној електро-техничкој комисији (CEI) последњи пут је било о томе говора у комитету експерата 24 одбора на заседању CEI 1953 год. у Опатији. Тада је било поверено Х. Кенигу и У. Штилеу да саставе реферат који би послужио као база за даљу дискусију.

Х. Кениг и У. Штиле поднели су, фебруара 1955 год., врло прегледан и документован извештај под насловом „Confrontation des systèmes de mesures électriques à trois et à quatre dimensions“\*) у коме су цитиране све одлуке о овом питању у међународним организацијама. У овом извештају је истакнуто:

1) да су јединице апсолутних CGS система, електростатичког и електромагнетног, као и апсолутног практичног електричног система, исконски биле дефинисане као јединице које се изводе из три основне јединице. Ове дефиниције су изрично санкционисане од првог Међународног конгреса електротехничара 1881 год. До данас CEI није ни изменио ни одбацио ове дефиниције.

2) Ђорђијев или МКСА систем прихваћен је од свих међународних организација као независан систем са четири основне јединице.

3) да многи електротехничари сматрају и употребљавају електростатички и електромагнетни CGS систем као систем са четири основне јединице, не образлажући на основу чега тако чине. Тако је поступио и Ј. Вало (J. Wallot, ETZ, 64 Jahrg., 1943, s, 299).

Већина физичара пак стоје чврсто на становишту да су системи електростатички и електромагнетни CGS системи са три основне јединице.

4) да би се могло радити без двосмислености у систему са четири основне величине са јединицама „CGS“ преобраћеним у четвородимензионалне јединице, које употребљавају многи електротехничари, Ж. де Бер је предложио да се изрично уведу четвородимензионални „електростатички“

\*) Упоредње електричних мерних система са три и четири димензије.

и „електромагнетни“ системи, којима он очигледно не признаје назив „апсолутни“. То су системи: електростатички CGSFr са основним јединицама cm, g, s и Fr ( $1 \text{ Fr} = 10/3 \cdot 10^{10}$  кулона), и електромагнетни CGSВi са основним јединицама cm, g, s и Вi ( $1 \text{ Вi} = 10$  ампера).

Међународна унија за чисту и примењену физику (UIPPA) препоручила је употребу ових система, а исто тако и Међународна организација за нормализацију (ISO). У препоруци ISO-а од месеца маја 1952 године [ISO TC 12(Secretariat—9) 12E] дате су дефиниције четвородимензионалних величина са системима јединица са четири основне јединице и то: MKSA (m, kg, s, A), CGSe (cm, g, s, Fr/s) и CGSm (cm, g, s, Вi), а дате су и релације за прерачунавање ових јединица. Затим су дате дефиниције тродимензионалних величина и система са три основне јединице и то: електростатички CGS (апсолутни), електромагнетни CGS (апсолутни) и CGS (апсолутни) „mixtes“ или Гаусов. У препоруци се даље изрично каже *да није могуће даћи чисто бројну вредност као фактор конверзије између јединица MKSA и јединица CGS (апсолутних) пошто су прве четвородимензионалне а друге тродимензионалне.*

Истакнимо најпре, да ова тврдња, на изглед тачна, сачињава један истински парадокс, стар, уосталом, као и системи јединица, пошто већ није било могућно ни поређење, путем формула, електростатичке CGS јединице са електромагнетном CGS јединицом једне исте величине, на пример, количине електриитета, јер она није била исти физички ентитет у Електростатици и Електромагнетизму!

Циљ је овога чланка да разјасни овај парадокс тиме што ће да покаже:

1) да су и јединице апсолутних система CGS стварно *дефинисане са четири основне јединице, а да су само изражене, помоћу димензионих образаца, са три јединице;*

2) да дефиниције јединица и дименциони обрасци јединица апсолутних CGS система нису у складу, јер су дименциони обрасци непотпуни;

3) да проблем поређења јединица истих величина у тродимензионалном и четвородимензионалном систему треба посматрати овако: јединице су директно поредљиве, јер су то увек две различите количине једне исте величине, али су средства за поређење — дименциони обрасци — непоредљиви;

4) да би се омогућило међусобно поређење јединица тродимензионалних система и поређење тих јединица са јединицама четвородимензионалних система, треба правилно употпунити дименционе обрасце јединица тродимензионалних система. Употпуњавање димензионих образаца не мења јединице већ обрасце доводи у склад са дефиницијама јединица и обрасце чини потпуним и поредљивим.

Да би све ово разјаснили, размотримо, на пример, како је образован апсолутни електромагнетни CGS систем.

Пошло се од Кулоновог закона за међусобно дејство пунктуалних магнетних маса у облику

$$F = mm_1/D^2 \quad (1)$$

и рекло: да је јединица магнетне масе она маса која делује силом од једног дина на другу масу која је њој једнака и која се налази на отстојању  $D = 1 \text{ cm}$  од ње.

Ова дефиниција није довољна да тачно одреди јединицу магнетне масе, јер сила којом масе међусобно делују зависи и од природе средине у којој се масе налазе.

Вечина која изражава утицај средине на силу не налази се у горњем изразу Кулоновог закона, изразу на коме је заснован систем јединица о коме је реч, као што су, уосталом на њему засновани и други системи који се зову електромагнетни.

Да би јединица магнетне масе била тачно одређена, горњој дефиницији је додата ова реченица: *магнетне масе се налазе у вакууму\**). Међутим, требало је допунити сам израз Кулоновог закона, крћи израз који није у могућности да јединици магнетне масе да дефиницију математички и физички потпуно тачно — хоћемо рећи, дефиницију која у целости произилази из обрасца, одређену из обрасца — *ојшћеј закона*. Наместо тога, за крћи израз Кулоновог закона, који је сматран бројном једначином, је речено да он важи када се магнетне масе налазе у вакууму (практично у ваздуху) и када се употребљавају јединице електромагнетног CGS система.

Реченица која је додата уз горњу дефиницију довољна је да опише услове под којима је дефинисана јединица магнетне масе, да јединицу потпуно одреди. Али, она садржи још нешто, само се то не види јасно из облика у коме је реченица исказана. Да би јасно дошло до изражаја шта та реченица садржи, ми ћемо је изрећи овако: магнетне масе се налазе у оној средини у којој је величина која изражава утицај средине на силу  $F$  једнака јединици те величине, а та средина је вакуум. Пошто је магнетни пермеабилитет величина која изражава утицај средине на силу  $F$ , додатна реченица има исто значење као да је у Кулонов закон унет магнетни пермеабилитет и стављено, при дефиницији јединице магнетне масе, да је он једнак својој јединици. Додатна реченица нам каже још и то колика је та јединица, она је једнака пермеабилитету вакуума

$$[\mu] = \mu_0 \quad (2)$$

Значи, да је при дефиницији јединице магнетне масе била стварно употребљена и четврта основна јединица и то јединица магнетног пермеабилитета, само то није изрично речено.

Сличан поступак је примењиван и при дефинисању осталих јединица овога система. Зато можемо тврдити да су основне јединице помоћу којих су стварно дефинисане изведене јединице апсолутног електромагнетног CGS система: cm, g, s и [u], односно, cm, g, s и  $\mu_0$ .

Истакнимо неколико закључака који произилазе из досадашњег излагања:

1) Три основне јединице нису довољне да тачно одреде јединицу магнетне масе те није тачно тврђење да су јединице апсолутног електромагнетног CGS система дефинисане са три основне јединице — то је немогуће урадити.

\*) Овај услов није унет у дефиницију јединице магнетне масе коју је формулисало Британско друштво за унапређење науке (British Association for Advancement of Science) и која је интернационално санкционисана 1881 год. Међутим, пошто су, при одређивању јединице, мерења вршена искључиво у ваздуху, овај услов се подразумевао. Уосталом, без њега јединица уопште није одређена.

2) Као што се из непотпуног Кулоновог закона не може тачно да дефинише јединица магнетне масе помоћу три основне механичке јединице, исто се тако не може из тог закона тачно дефинисати ни сама магнетна маса помоћу три основне механичке величине. На основу досада изложеног, можемо слободно тврдити да је и магнетна маса, уствари, дефинисана са четири основне величине и то: дужина, маса, време и магнетни пермеабилитет ( $l, m, t, \mu$ ). Магнетна маса је и у овом систему исти физички ентитет као и у системима знаним са четири основне величине.

3) Јединица магнетне масе није дефинисана само на основу Кулоновог закона у облику који је назначен, већ и са допунском реченицом.

4) Допунска реченица, која допуњује дефиницију и чини да јединица буде тачно одређена, уствари замењује четврту основну јединицу, а истовремено је и дефинише.

Да би још јасније истакли тачност ових наших закључака, изнећемо један пример.

Јединица силе у CGS систему (1 дин) дефинисана је, помоћу три основне јединице, на основу закона

$$F = ma \quad (3)$$

где је  $a$  убрзање које маси  $m$  даје сила  $F$ . Дефиниција дина гласи: 1 дин је сила која маси од 1 грама даје убрзање од 1 cm/s/s. Ова дефиниција дина произилази из закона и она потпуно одређује дин. Није потребна никаква допунска реченица, јер је закон потпун.

Ако масу  $m$  изразимо помоћу запремине  $V$ , коју заузима материја, и запреминске густине масе  $\rho$ , тј. ако ставимо  $m = \rho V$ , онда горњи закон можемо да напишемо и овако:

$$F = \rho Va \quad (4)$$

и овај закон је потпун, па и по њему можемо тачно да дефинишемо дин. Дефиниција би сад гласила: 1 дин је сила која запремини од 1 cm<sup>3</sup> даје убрзање од 1 cm/s/s, а запремина је испуњена материјом чија је запреминска густина масе једнака јединици запреминске густине масе, тј. једнака 1 g/cm<sup>3</sup>. И овде је дин дефинисан са три основне јединице и потпуно је тачно одређен, јер је и овај закон потпун.

Узимајући да је, у CGS систему, за чисту воду на 4°C запреминска густина масе  $\rho_0 = [\rho] = 1 \text{ g/cm}^3$ , горњи закон би могли да напишемо и овако:

$$F = Va \quad (5)$$

али би одмах морали да додамо да је то непотпуни бројни образац и да важи само ако је запремина испуњена чистом водом на 4°C и ако употребљавамо јединице CGS система (или било ког другог система у коме бројна вредност запреминске густине масе чисте воде на 4°C износи један). Наравно, да би могли, увођењем релативне запреминске густине масе у односу на чисту воду  $\rho_r = \rho/\rho_0$  да проширимо употребу овако написаног закона и на случајеве када запремину испуњава нека друга материја, као што је и примена Кулоновог закона, увођењем релативног магнетног пермеабилитета у односу на пермеабилитет вакуума  $\mu_r = \mu/\mu_0$ , проширена и на случајеве када се магнетне масе налазе у некој другој средини.

Ако би дефинисали дин на основу ове последње једначине, која је непотпуна, добили би ову дефиницију: 1 дин је сила која запремини од  $1 \text{ cm}^3$  даје убрзање од  $1 \text{ cm/s}^2$ . Ова дефиниција садржи само две основне јединице, али, том дефиницијом дин није потпуно одређен. Да би дин био тачно одређен морали би ову дефиницију допунити реченицом: запремина је испуњена материјом чија је запреминска густина масе једнака јединици запреминске густине масе  $\rho = [\rho] = 1 \text{ g/cm}^3$ , а то је чиста вода, или, подра-зумевајући да је за чисту воду на  $4^\circ\text{C}$   $\rho_0 = [\rho] = 1 \text{ g/cm}^3$ , реченицом: запре-мина је испуњена чистом водом на  $4^\circ\text{C}$ . Овако допуњена дефиниција дина иста је као она коју смо добили из једначине (4). Значи, да је допуњавање, погодном реченицом, дефиниције добивене из непотпуног израза закона еквивалентно допуњавању непотпуног израза закона оним што је у њему недостајало, а *допунска реченица садржи и неопходну основну јединицу*, која је у дефиницији била изостављена због тога што је израз закона непотпун.

Дименциони образац јединице магнетне масе у апсолутном електромагнетном CGS систему изведен је из Кулоновог закона, једначина (1). При томе је употребљен дименциони образац за дин  $[F] = \text{cm g s}^{-2}$ , изведен из једначине (3). Дименциони образац за јединицу магнетне масе гласи:

$$[m] = \text{cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}, \quad (6)$$

што је очигледно погрешно, пошто је јединица магнетне масе  $[m]$  стварно дата овом једнакошћу:

$$[m] = \text{cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} [\mu]^{1/2}. \quad (7)$$

Некоректна употреба знака једнакости у обрасцу (6), где десна страна претставља неку чисто механичку јединицу, правда се реченицом: »Овај дименциони образац важи само у апсолутном електромагнетном CGS систему« — што значи да је његово важење условљено једном конвенцијом. Пошто образац (6) нема општу важност, није се смело у њему ставити знак једнакости, већ неки други знак којим би се означавала *једнакост уз конвенцију*. Ова напомена важи и за непотпуни образац Кулоновог закона [једначина (1)], а и за све бројне обрасце помоћу којих се изражавају закони Електромагнетике у тзв. системима са три основне величине и јединице.

Тиме што је дименциони образац јединице магнетне масе изведен из Кулоновог закона који није допуњен величином која изражава утицај средине на силу  $F$ , успело се да се јединица магнетне масе, а преко ње и јединице осталих величина у Електротехници, *изразе само са три основне механичке јединице*. Али, услед тога што се ишло овим погрешним путем, добивени су дименциони обрасци који су непотпуни и који нису у складу са дефиницијама јединица, јер у њима није дошло до изражаја оно што садрже допунске реченице, које се налазе у дефиницијама и које допуњавају дефиниције добивене из непотпуних закона и чине да јединице буду тачно одређене. Зато се у овом систему *не смеју идентификовати дименциони обрасци и дефиниције јединица*. Идентификовати их значило би исто као кад би извели дименциони образац за дин из непотпуног обрасца (5)

$$[F] = \text{cm}^4 \text{ s}^{-2} \quad (8)$$

и идентификовали га са дефиницијом дина, који је дат једнакошћу

$$[F] = \text{cm g s}^{-2}. \quad (9)$$

Идентификовање дименсионих образаца и дефиниција јединица може се вршити само у системима где су дименсиони обрасци изведени из потпуних једначина — општих закона, на основу којих су дефинисане јединице без допунских реченица, јер тада оне тачно претстављају јединице, потпуно дефинисане тим истим једначинама.

Прихватајући принцип, који је усвојен у апсолутним CGS системима, да се дименсиони обрасци изводе из једначина које су, због неких конвенција, непотпуне, при извођењу дименсионог обрасца за јединицу магнетне масе из непотпуног Кулоновог закона [једначина (1)] могли би да употребимо и непотпуни дименсиони образац за дин [једначина (8)]. Тада би добили образац:

$$[m] = \text{cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (10)$$

којим је јединицама магнетне масе изражена само са две основне механичке јединице. Наравно, да се због овога јединица магнетне масе не би изменила, нити би се изменила дефиниција јединице. Дефиниција јединице мора увек да садржи све елементе који су потребни да би јединица била тачно одређена, а дименсиони образац, којим изражавамо јединицу, мења облик сходно нашим конвенцијама. Додавањем нове конвенције дименсиони образац још једанпут мења облик, али се, услед тога, сама јединица не мења ни квалитативно ни квантитативно. Мења се само начин изражавања јединице.

Све што је речено о апсолутном електромагнетном CGS систему важи и за апсолутни електростатички CGS систем. На исти начин као горе, могли би да докажемо да су и јединице апсолутног електростатичког CGS система стварно дефинисане са четири основне јединице и само изражене са три од тих јединица. Једина разлика између та два система је у четвртој основној јединици. Четврта основна јединица у апсолутном електростатичком CGS систему је јединица специфичног капацитета (диелектричне пропустљивости)  $[\epsilon] = \epsilon_0$ .

Са развојем Науке о електрицитету и магнетизму напуштена је тежња да се електромагнетне појаве објасне само помоћу механичких појава. Увидело се да се то не може постићи.

Упоредо са тим, напуштена је и тежња да се електричне и магнетне величине и јединице изражавају само помоћу механичких величина и јединица. Уместо што су се, у тзв. «апсолутним» системима, јединице дефинисале из непотпуних закона уз додатак погодне реченице (чиме је, уствари, камуфлирана четврта основна јединица) и јединице изражавале помоћу дименсионих образаца изведених само из непотпуних закона, сада су изрично дефинисане и назначене све четири основне јединице, без изостављања оне која није механичка, а изведене јединице су дефинисане из допуњених закона, без додатних реченица, које су постале излишне услед допуњавања закона. Исто тако су сада и дименсиони обрасци извођени из потпуних закона. Тиме су дименсиони обрасци постали идентични са дефиницијама

јединица. На тај начин су постали системи са четири основне величине и јединице или, како их још зову, четвородименционални системи.

Из свега што је досада речено јасно произилази да између дефиниција јединица једне исте величине у »тродименционалном« и четвородименционалном систему нема никакве разлике. *Јединице су, и у једном и у другом случају, савршено дефинисане са четири основне јединице. Зато оне увек представљају две различите количине једне исте величине и увек су директно поредљиве.*

Сретства која нам стоје на расположењу за поређење јединица су дименциони обрасци, помоћу којих изражавамо јединице. Да би они могли да послуже у ту сврху, они морају у потпуности да претстављају јединице, тј. морају да буду идентични са дефиницијама јединица.

Дименциони обрасци у системима са четири основне јединице испуњавају овај услов. Зато се поређењем, помоћу димензионих образаца, две јединице једне исте величине, које припадају различитим системима са четири основне јединице, добива чист број.

Међутим, као што смо видели, у тзв. апсолутним системима CGS са »три« основне јединице, дименциони обрасци су изведени из непотпуних закона, те нису идентични са дефиницијама јединица и не могу послужити као сретство за поређење јединица. Због тога, поређењем, помоћу димензионих образаца, јединица неке величине у системима са »три« и четири основне јединице не добивамо чист број. Та чињеница је последица непотпуности димензионих образаца јединица »апсолутних« система и никако не може послужити као доказ да саме јединице нису поредљиве. Ово није ни доказ да су јединице дефинисане на различите начине, већ је последица тога што су, због наших конвенција, јединице изражене на различите начине. Све би то било још очигледније кад би се у димензионим обрасцима јединица »апсолутних тродименционалних« система, наместо знака једнакости, налазио знак једнакости уз конвенцију.

Да би се омогућило директно поређење истородних јединица »тродименционалних« и четвородименционалних система, треба правилно употпунити дименционе обрасце »тродименционалних« система. То можемо слободно учинити, услед тога се неће променити јединице ни квалитативно ни квантитативно. Тиме се мења само начин изражавања јединица а дефиниције и саме јединице остају непромењене. *Са нејошћуних прелази се на јошћуне дименционе обрасце;* са димензионих образаца у којима треба да стоји знак једнакости уз конвенцију прелази се на праве дименционе једначине.

Употпуњавање димензионих образаца »тродименционалних« система CGS практично се своди на формирање система који, без образложења, употребљавају неки електротехничари и које је, као независне системе, предложио Ж. де Бер. То су системи CGSBi и CGSFr/s.

Као што се види из извештаја Х. Кенига и У. Штилеа, Међународне организације UIPPA и ISO прихватиле су ове системе, али их сматрају новим и независним од класичних система. Да би истакле разлику коју праве између једних и других, оне само класичне системе називају »апсолутним« системима.

Из изложенога је јасно да то разликовање не треба чинити. Истородне јединице четвородименционалног система CGSBi и класичног (»апсо-

лутног») електромагнетног CGS система у свему су једнаке исто као што су у свему једнаке и истородне јединице четвородименционалног CGSFr/s система и класичног («апсолутног») електростатичког CGS система.

Међународне организације CEI, UIPPA и ISO треба да огласе системе CGSBi и CGSFr/s са четири основне јединице потпуно еквивалентним са класичним («апсолутним») системима CGS, а ове последње да изоставе из својих препорука.

Овим би био ослобођен и назив „апсолутни“, који је неоправдано био даван само класичним системима, и могао би бити придат системима са четири основне јединице. Ови системи га потпуно заслужују, у смислу који је речи „апсолутни“ дао славни Гаус, творац првог апсолутног система јединица у Науци о електрицитету и магнетизму.

Јануара 1957 год.

ABRÉGÉ\*

COMPARAISON DES UNITÉS  
DES SYSTÈMES À TROIS ET À QUATRE UNITÉS FONDAMENTALES

M. N. Ranojević

Quel rapport y a-t-il entre les unités du système Giorgi (MKSA), adopté définitivement en Electrotechnique, et les unités des systèmes primordiaux CGS électrostatique absolu et CGS électromagnétique absolu? — Les avis là-dessus, dans le monde des électriciens et des physiciens, sont et restent, pour le moment, partagés.

Posée, à maintes reprises, au sein des organisations internationales, cette question n'a point encore reçu de solution définitive. Elle a été examinée en dernier lieu à la réunion de la Commission Electrotechnique Internationale (CEI) tenue à Opatija en 1953 (Comité d'experts du Comité d'étude № 24). À cet effet il a été décidé de confier à deux membres présents, MM H. Koenig et U. Stille, la rédaction d'un rapport qui servirait de base à des discussions ultérieures.

H. Koenig et U. Stille ont présenté, en Février 1955, un rapport très documenté ayant comme en-tête: »Confrontation des systèmes de mesures électriques à trois et à quatre dimensions« (CEI 24—104). Dans ce long rapport, où sont citées toutes les résolutions apportées par les organisations internationales sur la question, on constate les faits suivants:

1) Les unités des systèmes absolus CGS, électrostatique et électromagnétique, ainsi que les unités du système électromagnétique pratique ont été, à l'origine, définies comme des unités dérivant de *trois* unités fondamentales; c'est strictement comme telles qu'elles ont été sanctionnées par le premier Congrès international des électriciens en 1881; jusqu'à ce jour la CEI n'a ni rejeté ni modifié ces définitions.

2) Le système Giorgi ou MKSA a été adopté par toutes les organisations internationales comme système indépendant à *quatre* unités fondamentales.

3) Nombre d'électriciens considèrent et emploient les deux systèmes CGS comme des systèmes à *quatre* unités fondamentales; ce faisant, de droit ou non, ils ne justifient pas leur manière d'envisager ces systèmes. (Voir, p. ex., l'article de J. Wallot, ETZ, 1943 p. 299). Par contre, les physiciens, en grande majorité, maintiennent fermement le point de vue opposé: suivant eux les deux systèmes CGS sont des systèmes à *trois* unités fondamentales.

4) Sur la proposition de J. de Boer, et pour parer à toute équivoque, l'Union Internationale de Physique Pure et Appliquée (UIPPA) et l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO) ont, toutes deux, recommandé l'introduction et l'emploi des systèmes CGS élargis par l'adjonction d'une quatrième unité fondamentale: système électrostatique CGSFr et système électromagnétique CGS<sub>Bi</sub>. Notons que le franklin (Fr) équivaut à 10 coulomb/3.10<sup>10</sup>, et le biot (Bi) à 10 ampère.

Dans la recommandation de la ISO, qui date de Mai 1952, sont données les définitions des unités dérivées dans ces deux systèmes, unités qu'on peut comparer sans ambiguïté aux unités dérivées dans le système MKSA. Ensuite sont données les définitions des unités

\* Како се, у овом чланку, разматра питање о којем ће се расправљати на наредним заседањима Међународне електротехничке комисије (CEI); како је, сем тога, ово питање у везу са проблемом рационализације, о којем се такође расправља у међународним организацијама, а с обзиром на значај који се придаје овом питању у тим организацијама, редакција је одлучила да се, наместо резимеа, оштампа мало дужи извод из чланка.

dérivées dans les deux systèmes primordiaux CGS (électrostatique absolu et électromagnétique absolu) et de plus, dans le système CGS mixte (dit de Gauss). Il est enfin expressément déclaré, dans ce document, *qu'il est impossible d'exprimer sous forme de nombre pur le rapport d'une quelconque de ces unités (dérivées) à l'unité correspondante (de la même grandeur physique) du système MKSA.* Autrement dit, les unités des systèmes à trois et à quatre unités fondamentales ne sont pas comparables entre elles.

\* \* \*

Soulignons, dès l'abord, que cette allégation, en apparence vraie, constitue un véritable paradoxe, vieux, du reste comme les systèmes d'unités, puisqu'il y avait déjà impossibilité de comparer, entre elles, par voie de formules, l'unité CGS électrostatique et l'unité CGS électromagnétique d'une même grandeur, par exemple, la quantité d'électricité, qui se trouvait n'être pas la même entité physique en Electrostatique et en Electromagnétisme!

Le but de cet article est d'éclaircir ce paradoxe en montrant:

1) Que les unités des systèmes absolus CGS sont, elles aussi, en réalité *définies au moyen de quatre unités fondamentales* et qu'elles sont *seulement exprimées au moyen de trois de ces unités* dans les formules dimensionnelles;

2) Que les *définitions* des unités des systèmes CGS absolus et les *formules dimensionnelles* de ces unités *sont en désaccord*, cela du fait que les dites formules sont incomplètes, tronquées; que comme telles, *elles contredisent les définitions mêmes.*

3) Que la réponse à la question de la comparaison des unités d'un système quelconque à trois et d'un système quelconque à quatre unités fondamentales, question qui trouble à première vue les mieux prévenus, est simplement celle-ci: les deux unités à comparer sont des quantités différentes d'une même grandeur ou entité physique et sont, par conséquent, directement comparables, mais ne le sont pas par les moyens employés pour cette comparaison, c-à-d par les formules de dimensions, qui, elles, ne sont pas confrontables.

4) Que par le retour à l'intégrité des formules de dimensions des unités des divers systèmes à trois unités fondamentales — intégrité nécessaire quand on veut comparer ces unités entre elles et à celles des systèmes à quatre unités fondamentales — on ne change pas les unités elles-mêmes, mais on ramène simplement leurs formules dimensionnelles à concorder avec leurs définitions.

\* \* \*

Pour mettre les choses au clair nous rappellerons comment a été constitué l'un ou l'autre des systèmes CGS absolus, par ex. le système électromagnétique.

Le point de départ a été l'expression suivante de la loi de Coulomb pour l'action magnétostatique entre masses magnétiques ponctuelles:

$$F = mm_1/D^2; \quad (1)$$

il a été dit que l'unité de masse magnétique est la masse qui agit avec une force d'une dyne sur une autre masse qui lui est égale et qui en est distante d'un centimètre.

Cette définition de l'unité de masse pêche par insuffisance, puisque la force à laquelle est soumise chacune des deux masses en présence dépend encore de la nature du milieu physique interposé, dont le rôle n'apparaît pas dans l'expression ci-haut de la loi de Coulomb, expression sur laquelle est fondé le système d'unité en question, comme, du reste, tout système dit électromagnétique. Il est vrai que l'on a ajouté, en définissant l'unité CGS de masse magnétique, la phrase suivante: *les masses agissantes se trouvent dans le vide* \*). Mais c'est

\*) Cette condition n'est pas stipulée dans la définition de l'unité de masse magnétique qu'a donnée la British Association for Advancement of Science, définition sanctionnée internationalement en 1881. Cependant, les mesures faites pour déterminer l'unité ayant eu lieu dans l'air, cette condition a été sous-entendue. Du reste, sans elle l'unité ne serait pas déterminable.

l'expression même de la loi d'interaction qui aurait dû être complétée, expression tronquée qui n'est pas en mesure de fournir, pour l'unité de masse magnétique, une définition rigoureusement mathématique et physique — nous voulons dire, une définition provenant entièrement de formule, relevant d'une *formule — loi générale*. Au lieu de cela, on s'est contenté de dire, au sujet de l'expression incriminée, qu'elle est à valoir quand les masses se trouvent dans le vide (pratiquement dans l'air) et quand on emploie les unités du système électromagnétique CGS.

La phrase ajoutée à la définition de l'unité CGS de masse magnétique suffit à exprimer la condition sous laquelle cette unité est définie, à déterminer cette unité entièrement. Il est à remarquer — et c'est là un point très important — que cette phrase contient, en outre, certaine chose qu'on ne discerne pas bien à première vue. Aussi, pour marquer clairement tout ce que ces quelques mots signifient, pour exprimer le fonds de l'idée qu'ils contiennent, nous donnerons à la phrase complémentaire la tournure suivante: *Les masses magnétiques se trouvent dans tel milieu où le coefficient qui exprime son influence sur la valeur de la force F, est lui-même, par convention, l'unité de la grandeur physique qu'il constitue; le milieu choisi, est le vide*. Cela revient à dire que l'on a, en somme, introduit, dans la loi de Coulomb, la perméabilité magnétique et qu'on l'a faite, en définissant l'unité de masse magnétique, égale à son unité. Autrement dit, l'unité de perméabilité magnétique, dans le système en question, est précisément la perméabilité du vide:

$$[\mu] = \mu_0. \quad (2)$$

Donc, voici le point capital dans toute cette question: *en définissant l'unité de masse magnétique on a eu, en réalité, recours à une quatrième unité fondamentale, l'unité de perméabilité, mais on ne l'a pas dit de façon explicite*.

On a procédé pareillement pour définir les autres unités de ce système. C'est pourquoi nous pouvons affirmer que les unités fondamentales, au moyen desquelles sont réellement définies les unités dérivées du système électromagnétique CGS absolu, sont, écrites symboliquement: cm, g, s,  $[\mu]$ , c-à-d: cm, g, s,  $\mu_0$ .

Mettons, maintenant, bien en évidence quelque conclusions qui émanent de l'exposé ci-haut.

1) Trois unités fondamentales sont insuffisantes pour déterminer entièrement l'unité de masse magnétique et en donner une définition rigoureuse. Il est inexact d'affirmer que les unités du système électromagnétique CGS absolu sont définies au moyen de trois unités fondamentales — c'est chose impossible.

2) La masse magnétique, elle-même, est définie, en réalité, sur la base de quatre grandeurs fondamentales: longueur, masse, temps et perméabilité magnétique ( $l, m, t, \mu$ ). Dans ce système de grandeurs, aussi bien que dans les systèmes à quatre grandeurs fondamentales proprement dits, la masse magnétique demeure la même entité physique.

3) L'unité de masse magnétique n'est pas définie uniquement sur la base de la loi de Coulomb exprimée par (1), mais encore par une phrase additionnelle.

4) La phrase additionnelle qui rend l'unité bien déterminée, remplace, en somme, la quatrième unité fondamentale en même temps qu'elle définit cette quatrième unité.

Pour donner du ton à ces conclusions, nous montrerons leur évidence sur un exemple emprunté à la Mécanique.

L'unité de force dans le système CGS (la dyne) est définie au moyen de trois unités fondamentales sur la base de la loi:

$$F = ma \quad (3)$$

où  $a$  est l'accélération imprimée à la masse  $m$  par la force  $F$ .

La définition de la dyne consiste à dire: une force a une intensité de 1 dyne quand elle communique à une masse de 1 gramme une accélération de 1 cm/s/s. A cette définition nul n'est besoin d'ajouter quoi que ce soit, la loi dont elle émane étant intègre.

Si nous exprimons la masse  $m$  au moyen du volume  $V$  occupé par la matière de masse volumique  $\rho$ , si donc nous écrivons:  $m = \rho V$ , la loi ci-haut devient:

$$F = \rho Va. \quad (4)$$

La définition de la dyne prend alors la forme suivante: 1 dyne est l'intensité de la force qui communique à un volume de 1 cm<sup>3</sup> une accélération de 1 cm/s/s, ce volume étant occupé par une matière de masse volumique égale à l'unité, c-à-d égale à 1 g/cm<sup>3</sup>. Ici encore la dyne est entièrement déterminée et exactement définie au moyen de trois unités fondamentales.

Etant donné que, dans le système CGS, la densité de l'eau pure (à 4°C), prise comme terme de comparaison, a la valeur  $\rho_0 = 1$  g/cm<sup>3</sup>, la loi en question pourrait s'écrire simplement:

$$F = Va \quad (5)$$

à condition de compléter cette expression tronquée en disant qu'elle s'applique seulement à l'eau pure et si nous employons les unités du système CGS (ou de tout autre système dans lequel la valeur numérique de  $\rho_0$  serait 1). En introduisant la densité de masse relative  $\rho/\rho_0$ , on pourrait évidemment généraliser la formule (5) en en étendant l'emploi aux substances autres que l'eau. Cette généralisation serait semblable à celle que l'on fait en étendant l'emploi de la formule (1) aux milieux autres que le vide, grâce à l'introduction de la perméabilité magnétique relative  $\mu/\mu_0$ .

Si nous voulions, maintenant, définir la dyne sur la base de l'équation (5), qui est incomplète, nous aurions la définition suivante: la dyne est la force qui donne une accélération de 1 cm/s/s au volume de 1 cm<sup>3</sup>. Cette définition ne fait appel qu'à deux unités fondamentales, mais la dyne, pour cela, n'est pas complètement déterminée, parfaitement définie. On doit parachever cette définition, il faut ajouter: *le volume en question est celui d'une matière dont la densité de masse est égale à l'unité de cette densité:  $\rho = [\rho] = 1$  g/cm<sup>3</sup>, ce qui veut dire qu'il s'agit d'eau pure à 4°C. Ou bien: le volume en question est celui de l'eau pure (étant donné que  $\rho_0 = [\rho]$ )*

Ainsi complétée, la définition de la dyne est exactement la même que celle que nous avons obtenue de l'équation (4). Donc, compléter, par une paraphrase appropriée, la définition partielle tirée de l'équation incomplète (5) revient à suppléer ce qui manquait à cette équation, la paraphrase contenant implicitement et mettant, sans apparence, en jeu l'indispensable troisième unité fondamentale, forcément manquante dans la définition partielle.

La formule de dimensions de l'unité de masse magnétique dans le système électromagnétique CGS absolu dérive de l'expression (1) de la loi de Coulomb. Pour la trouver, on se sert de celle de la dyne:  $[F] = \text{cm g s}^{-2}$ , formule qui dérive de l'équation (3). On écrit alors:

$$[m] = \text{cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} \quad (6)$$

ce qui est évidemment faux, l'unité de masse magnétique étant véritablement donnée par l'égalité:

$$[m] = \text{cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} [\mu]^{1/2}. \quad (7)$$

L'emploi incorrect du signe d'égalité dans la formule (6), où le second membre représente une unité purement mécanique, se justifie par la phrase: »La validité de cette formule dimensionnelle est restreinte au système électromagnétique CGS absolu« — c'est dire qu'elle est conditionnée par une convention. Etant donné que la formule (6) n'est pas générale, on

*n'aurait pas dû y mettre le signe d'égalité, mais un autre signe signifiant l'égalité sous condition.*

Cette remarque s'applique également à la loi de Coulomb incomplète ainsi qu'à toutes les formules au moyen desquelles on exprime, dans les systèmes à trois grandeurs et unités fondamentales, les lois de l'Electromagnétique.

Du fait que la formule (6) provient de l'expression (1) non complétée par la grandeur qui exprime l'influence du milieu sur la force  $F$ , on a réussi à *exprimer*, au moyen de trois unités fondamentales mécaniques, seulement, l'unité de masse magnétique, et, partant, les unités des autres grandeurs utilisées en Electrotechnique. Mais on est arrivé, en suivant cette fausse route, à des *formules dimensionnelles incomplètes et en désaccord avec les définitions des unités*. Il manque à de telles formules ce qu'au fond contiennent les phrases qui complètent les quasi-définitions et rendent les unités parfaitement déterminées. C'est pourquoi *il ne faut pas*, dans ce système, *identifier les formules dimensionnelles avec les véritables définitions des unités*. Faire cette identification serait comme si l'on dérivait la formule de dimensions de la dyne de l'équation incomplète (5):

$$[F] = \text{cm}^4 \text{s}^{-2} \quad (8)$$

et si on l'indentifiait avec la définition de la dyne, qui est  $[F] = \text{cm g s}^{-2}$ . L'identification des formules dimensionnelles avec les définitions d'unités n'est permise que dans les systèmes où les formules dimensionnelles résultent d'équations complètes; car, alors, elles *symbolisent exactement* les unités, pleinement définies par ces mêmes équations.

Avant de passer au système électrostatique CGS absolu, pour n'en dire, du reste, que quelques mots, l'auteur remarque encore que l'on pourrait, en introduisant la formule dimensionnelle incomplète (8) pour la dyne, amener la formule dimensionnelle de l'unité de masse magnétique à n'être plus que:

$$[m] = \text{cm}^3 \text{s}^{-1} \quad (9)$$

c-à-d exprimer cette unité au moyen de deux unités fondamentales seulement. Mais, souligne l'auteur, l'unité de masse magnétique n'en subirait et ne peut subir aucun changement (ni qualitatif ni quantitatif). Une convention de plus modifiant encore la formule dimensionnelle de l'unité, mais n'affectant pas, évidemment, sa nature physique.

Tout ce qui a été dit ici pour le système électromagnétique CGS absolu, pourrait être répété pour le système électrostatique CGS absolu, dont les unités, sont, elles aussi, définies au moyen de quatre unités fondamentales et exprimées, seulement, faussement du reste, au moyen de trois de ces unités. La seule différence entre les deux systèmes est que le second a une autre quatrième unité fondamentale. Cette unité est l'unité de permittivité:  $[\epsilon] = \epsilon_0$ .

Avec le développement de la Science de l'Electricité et du Magnétisme, la tendance à expliquer les phénomènes électromagnétiques uniquement par ceux de la Mécanique, tendance des anciens physiciens, a disparu de l'Electromagnétique moderne. Il a été bien reconnu qu'une telle explication est impossible.

Parallèlement à cela, on a abandonné l'idée d'exprimer les grandeurs et les unités électriques et magnétiques uniquement au moyen des grandeurs et des unités mécaniques. Au jeu de définir et d'exprimer dimensionnellement, comme par le passé, les unités des divers systèmes dits absolus en usant de lois-formules incomplètes et de précisions verbales complètes, camouflant ainsi la quatrième unité fondamentale, on mentionne et définit explicitement, aujourd'hui, les quatre unités fondamentales — c'est dire, sans excepter celle qui n'est pas mécanique. Les unités dérivées découlent de lois-formules complètes, sans l'aide de phrases complémentaires, qui deviennent superflues dès lors que les lois sont écrites correctement. C'est également des expressions correctes des lois qu'on déduit les formules de dimensions des unités, formules vraies puisqu'elles sont identiques aux définitions des unités.

Voilà comment ont pris naissance les systèmes à quatre unités fondamentales proprement dits, appelés, par certains auteurs, quadridimensionnels.

Il ressort de tout ce qui a été dit, dans cet article, que les systèmes dits à trois unités fondamentales, ou »tridimensionnels«, sont, au fond, des systèmes quadridimensionnels; que deux unités d'une même grandeur physique, dont l'une appartient à un système »tridimensionnel« et l'autre à un système quadridimensionnel, sont, au fond, toutes deux définies sur la base de quatre unités fondamentales — ce qui, du reste, est en parfait accord avec le fait qu'il n'y a pas, et qu'il ne peut y avoir, raisonnablement, de différence physique qualitative entre ces deux unités, qui sont, derechef, comparables entre elles.

Etant donné que la comparaison se fait au moyen des formules dimensionnelles, et que celles-ci ne sont pas complètes dans les systèmes »tridimensionnels«, il faut, pour réaliser cette comparaison, compléter les formules dimensionnelles tronquées, ce qui, évidemment, ne change pas les unités en elles-mêmes. Cette complétation nous amène aux systèmes CGSFr/s et CGSBi, recommandés, comme indépendants des systèmes classiques, par UIPPA et ISO.

L'auteur conclue qu'il n'y a pas de différence à faire entre les systèmes CGSFr/s et CGSBi d'une part et les systèmes classiques CGS, d'autre part, et propose, en fin de compte, que les organisations internationales intéressées (CEI, UIPPA et ISO) déclarent les systèmes quadridimensionnels CGSFr/s et CGSBi équivalents aux systèmes classiques CGS, et, qu'en même temps, elles rayent les deux derniers de leurs recommandations.

De cette façon le nom „absolu“, qui avait été improprement donné aux systèmes classiques, deviendrait vacant et pourrait être appliqué à tous les systèmes à quatre unités fondamentales. Ce sont précisément ces systèmes qui méritent l'appellation „absolu“ — dans le sens qu'a donné à ce terme le célèbre Gauss, le fondateur du premier système absolu d'unités dans la Science de l'Electricité et du Magnétisme.